

Cognome

Nome

Matricola

Analisi Matematica 1 - Corso di Laurea in Matematica

(Prof. C. Cavaterra, M. Peloso)

Prova scritta 16 settembre 2015 - 9 CREDITI

(Scrivere uno svolgimento sintetico ma completo)

1. **(PUNTI 4)** Determinare le soluzioni della disequazione

$$\frac{\log(x-2)}{\sqrt{\log^2(x-2)-1}} < \operatorname{sgn}\left(e^{x^2} - \frac{1}{2}\right).$$

2. **(PUNTI 5)** Determinare le sette soluzioni in \mathbb{C} dell'equazione

$$|z|(z^4 + z^2) - 4z^3\bar{z} = 0.$$

3. **(PUNTI 8)** Tracciare un grafico qualitativo della funzione

$$f(x) = \log |x^2 - 1| + 2x^2 + 1$$

specificando: dominio di f , limiti di f agli estremi del dominio, eventuali asintoti, monotonia e punti estremanti, concavità e flessi.

4. **(PUNTI 5)** Sia data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sinh(\log x)}{x^\alpha - 1}, & x > 1 \\ \frac{1}{2}x, & x \leq 1 \end{cases} \quad (1)$$

- i) Determinare per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$, $\alpha \neq 0$ la funzione è continua in $x = 1$. In caso negativo classificare la natura del punto $x = 1$.
- ii) Determinare per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$, $\alpha \neq 0$ la funzione è derivabile in $x = 1$. In caso negativo classificare la natura del punto $x = 1$.

5. **(PUNTI 5)** Stabilire il carattere semplice e assoluto della seguente serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \sin \left(n\pi + \frac{1}{n} - \frac{1}{n^2} \right).$$

6. **(PUNTI 5)** Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x+x^2} + \sqrt{1-x} - \sin^2\left(\frac{x}{2}\right) - 2}{x \log^2(1+x+x^2)}$$