

Corso di Laurea in Matematica- Programma preliminare

Analisi Matematica 1 - MATHEMATICAL ANALYSIS 1

Obiettivi

Introduzione di alcuni concetti basilari per lo studio del calcolo differenziale in una e più variabili. In particolare, definizione di campi numerici e spazi metrici per lo studio delle successioni. Studio delle serie in ambito finito-dimensionale. Limiti, continuità e calcolo differenziale per funzioni reali di una variabile reale.

Obiettivi in inglese

Introduction to some basic concepts for the study of differential calculus in one and several variables. In particular, definition of number fields and metric spaces for the study of sequences. Study of series in finite-dimensional setting. Limits, continuity and differential calculus for real functions of a real variable.

Competenze acquisite

Apprendimento di alcune tra le tecniche di calcolo fondamentali.

Competenze acquisite in inglese

Basic computational techniques.

Programma in italiano

- **Campo reale e campo complesso.** L'insieme dei numeri reali \mathbf{R} e la sua caratterizzazione come campo ordinato con la proprietà dell'estremo superiore. Esistenza delle radici n-esime dei numeri positivi. La retta reale estesa. Spazi euclidei. Il campo dei numeri complessi \mathbf{C} . Forma algebrica e forma trigonometrica. Formula di de Moivre, radici ennesime, logaritmi. Il teorema fondamentale dell'algebra. Richiami di teoria elementare degli insiemi, delle applicazioni tra insiemi, relazioni e funzioni. Insiemi equipotenti. Insiemi finiti e insiemi infiniti. Insiemi numerabili, insiemi con la potenza del continuo. Non numerabilità di \mathbf{R} .

- **Spazi metrici.** Definizione, esempi ed intorni sferici. Insiemi limitati, insiemi aperti, insiemi chiusi, insiemi compatti, insiemi connessi. Il campo reale esteso come spazio metrico.

- **Successioni.** Successioni convergenti in uno spazio metrico e loro proprietà. La condizione di Cauchy. Sottosuccessioni. Successioni in \mathbf{R} . Limiti e operazioni sui limiti. Successioni monotone. Il limite che definisce il numero di Nepero "e" ed applicazioni.

- **Serie numeriche.** Serie in \mathbf{R} . Serie convergenti, serie divergenti, serie irregolari. Serie assolutamente convergenti. Il criterio di Cauchy. Criteri sufficienti di convergenza assoluta. Serie a termini di segno alterno e criterio di Leibnitz. Operazioni sulle serie. Riordinamenti.

- **Limiti e continuità.** Limiti di funzioni. Definizione equivalente per successioni. Continuità di funzioni tra spazi metrici. Controimmagine di un aperto. Continuità e le proprietà di compattezza e connessione. Continuità della funzione composta e della funzione inversa. Uniforme continuità. Funzioni reali di variabile reale. Esistenza del limite per funzioni monotone. Limiti ed operazioni algebriche. Forme di indecisione. Asintoti. Discontinuità.

- **Calcolo differenziale per funzioni reali di una variabile reale.** Differenziabilità e la funzione derivata. Derivazione di funzioni elementari. Regole di derivazione: operazioni algebriche, funzione composta e funzione inversa. Teoremi di Rolle, Cauchy, Lagrange. Derivate di ordine superiore. Applicazioni del calcolo differenziale allo studio di funzioni: monotonia, convessità, ottimizzazione locale e globale. Teoremi di De L'Hospital. Formule di Taylor ed applicazioni.

Programma in inglese

- **The real and complex numbers.** The set of real numbers \mathbf{R} and its characterization as an ordered field with the greatest lower bound property. Existence of n-th roots of positive real numbers. The extended real line. Euclidean spaces. The complex field \mathbf{C} : operations, De Moivre's formula, n-th roots, logarithms. The fundamental theorem of algebra. Review of the elementary theory of sets, maps between sets, relations and functions. Sets of the same cardinality. Finite, countable and uncountable sets. The uncountability of \mathbf{R} .

- **Metric spaces.** Definition, examples and metric balls as neighborhoods. Open, closed, bounded, compact and connected sets. The extended real number system as a metric space.
- **Sequences.** Convergent sequences in metric spaces and their properties. Cauchy sequences. Subsequences. Sequences in \mathbf{R} . Limits and operations on limits. Monotone sequences. The limit that defines Nepero's number "e" and applications.
- **Infinite series of real numbers.** Series in \mathbf{R} . Convergence, divergence and irregularity. Absolute convergence. Cauchy's criterion. Sufficient conditions for absolute convergence. Alternating series and Leibniz's criterion. Operations on series. Rearrangements.
- **Limits and continuity.** Limits of functions. Reformulation using sequences. Continuity of functions between metric spaces. Pre-images of open sets. Relationships between continuity, compactness and connectedness. Continuity of composite and inverse functions. Uniform continuity. Real functions of one real variable. Existence of limits for monotone functions. Limits and algebraic operations. Indeterminate forms of limits. Asymptotes. Discontinuities.
- **Differential calculus for real functions of one real variable.** Differentiability and the derivative function. Rules of differentiation: algebraic operations, composite and inverse functions. The theorems of Rolle, Cauchy and Lagrange. Applications of differential calculus to the study of functions: monotonicity, convexity and optimization (local and global). De L'Hospital's theorems. Taylor formulas and applications.

Materiale di riferimento

- P. M. Soardi: "*Analisi Matematica*", II edizione, Città Studi, 2010.

È inoltre consigliata la consultazione di:

- W. Rudin: "*Principi di Analisi Matematica*", Mc Graw Hill, 1997.
- G. Gilardi: "*Analisi Matematica di Base*", 2° edizione, McGraw-Hill, 2011
- E. Giusti: "*Esercizi e complementi di Analisi Matematica, Volume Primo*", Bollati Boringhieri, 2000.

L. De Michele, G. L. Forti: "*Analisi Matematica: problemi ed esercizi*", CLUP, 2000.

Prerequisiti

Nozioni basilari di algebra e geometria analitica nel piano. Funzioni esponenziali, logaritmi, trigonometriche e loro proprietà. Risoluzione di equazioni e disequazioni.

Modalità di esame: Scritto e orale

Lingua in cui è tenuto l'insegnamento: Italiano