Corsi di laurea in Matematica e Matematica per le Applicazioni

Programma d'esame di Analisi Matematica III (a.a. 2006/07)

Prof. Maura Salvatori

0. Richiami e complementi di calcolo differenziale in più variabili

Richiami di topologia in $\mathbf{R}^n$. Richiami su limiti, continuità, derivabilità e differenziabilità di funzioni di più variabili, formula di Taylor, ottimizzazione libera e classificazione dei punti critici. Funzioni convesse.

1. Funzioni implicite e ottimizzazione vincolata

Funzioni definite implicitamente. Teorema di esistenza e unicità globale. Il Teorema di Dini (caso scalare). Curve e superfici di livello. Il Teorema di Dini per funzioni a valori vettoriali (*).
Diffeomorfismi. Teorema di inversione locale e globale. Applicazione ai cambiamenti di coordinate.
Ottimizzazione vincolata. Spazi tangente e normale ad un vincolo regolare. Il Teorema dei moltiplicatori di Lagrange. Condizioni sufficienti per estremanti vincolati (*).

2. Curve e forme differenziali

Curve e loro proprietà. Curve rettificabili e lunghezza. Condizioni sufficienti per la rettificabilità e calcolo della lunghezza di curve regolari a tratti. Integrale curvilineo di funzioni reali. Ascissa curvilinea e curve equivalenti. Invarianza di lunghezza e integrale curvilineo per equivalenza. Archi regolari equivalenti.
Forme differenziali e campi vettoriali. Integrale di una forma e lavoro di un campo lungo curve equivalenti e equiorientate.
Forme differenziali esatte. Insiemi connessi per archi e potenziali. Condizioni equivalenti per l'esattezza. Forme differenziali chiuse. Condizioni per l'esattezza in insiemi stellati; esattezza in insiemi semplicemente connessi (*).
Campi vettoriali conservativi ed irrotazionali.

3. Integrali multipli

Integrale di Riemann per funzioni di più variabili: definizione e interpretazione. Insiemi di misura nulla e condizioni sufficienti per l'integrabilità. Proprietà dell'integrale (*). Domini semplici. Tecniche di calcolo: riduzioni di integrali multipli ad integrali successivi. Cambiamenti di variabili negli integrali multipli (*) ed esempi notevoli. Cenni agli integrali multipli generalizzati.
Formule di Gauss-Green, Teorema della Divergenza e Teorema di Stokes nel piano.

4. Superfici ed integrali di superficie

Superfici regolari in $\mathbf{R}^3$. Equivalenza locale di rappresentazione parametrica, implicita e come grafico. Esempi. Superfici equivalenti. Spazio tangente e versore normale.
Area di una superficie regolare (a tratti). Integrazione di funzioni reali su una superficie. Superfici orientabili e flusso di un campo vettoriale da una superficie orientata. Formule di Gauss e Teorema della Divergenza nello spazio. Deduzione degli analoghi piani.
Superfici con bordo e rotore di un campo vettoriale. Il Teorema di Stokes nello spazio (*) e deduzione dell' analogo piano.

Degli argomenti contrassegnati con (*) **non** verrà richiesta la dimostrazione in sede di esame orale.

Seminario integrativo: Funzioni armoniche.

Testi consigliati:

- C. Maderna e P.M. Soardi *Lezioni di Analisi Matematica II*, Città Studi Edizioni, 1997.
- N. Fusco, P. Marcellini, C. Sbordone, *Analisi Due,* Liguori Editore.
- G. Molteni e M. Vignati *Analisi Matematica 3,* Città Studi Edizioni, 2006.

Per il seminario integrativo:

- K. Payne *Funzioni armoniche: un primo assaggio* http://www.mat.unimi.it/users/payne/anIII05-06.html