

# Analisi Matematica I

Corsi di Laurea in Matematica e Matematica per le Applicazioni  
(proff. M. Salvatori-E. Terraneo)

Prova scritta del 07.07.2009

COGNOME:..... NOME: .....

N. MATRICOLA:..... Corso di Laurea: .....

**1]** (3 punti) Sia  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y - 2x < 0; y \geq 0\} \cup \{(0, 1)\}$ .  
Determinare:

$A' = \dots\dots\dots$

$A^\circ = \dots\dots\dots$

$\partial A = \dots\dots\dots$

**2]** (3 punti) La funzione

$$f(x) = 2\pi \log(x + e) - \arctan(\log(x + e))$$

è continua e strettamente crescente su  $(-e, +\infty)$ . Sia  $g = f^{-1}$  allora la formula di Taylor al I ordine di  $g$  centrata nel punto di ascissa  $\frac{7\pi}{4}$  è:

.....

**3]** (4 punti) Per ciascuna delle seguenti funzioni determinare, se esiste, l'asintoto obliquo a  $+\infty$ :

(a)  $f(x) = 2x + 3 + \sqrt{x} \log\left(1 + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)$ ;

(b)  $g(x) = x + 4 + \frac{\log x}{x}$ ;

(c)  $h(x) = x + 2 + x \sin\left(\frac{2x}{x^2 + 1}\right)$ .

(a) .....

(b) .....

(c) .....

4] (3 punti) Sia

$$z = \frac{\sqrt{3} - i}{1 + i}.$$

Allora la forma algebrica di  $z^4$  è :

.....

5] (4 punti) Rappresentare nel piano complesso i seguenti insiemi:

$$A = \{z \in \mathbb{C} : |z - 4| = |z|\};$$

$$B = \{w \in \mathbb{C} : w = 2iz - i, \quad z \in A\};$$

$$C = \{u \in \mathbb{C} : u = \frac{1}{z}, \quad z \in A\}.$$

6] (3 punti) Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^3 \log(3^x + 2^{\frac{1}{x}})}{x - \log(1 + x + 3x^2)}.$$

.....

7] (5 punti) Al variare del parametro reale  $\alpha$  calcolare, se esiste,

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\log^\alpha \left( \frac{n^2+2}{n^2+1} \right)}{\log(\operatorname{Ch}(n)) (\pi - 2 \arctan(3n^5))}$$

(Scrivere uno svolgimento completo)

8] (5 punti) Sia data la funzione

$$f(x) = \log(|x^2 - 2| - x).$$

Tracciare un grafico qualitativo di  $f(x)$  precisandone insieme di definizione, limiti alla frontiera dell'insieme di definizione, eventuali punti di non derivabilità, eventuali asintoti, crescere e decrescere, eventuali estremanti (non è richiesto lo studio della concavità).

(Scrivere uno svolgimento completo)