

Analisi Matematica I

Corsi di Laurea in Matematica e Matematica per le Applicazioni
(proff. M. Salvatori-E. Terraneo)

Prova scritta del 16.02.2009

versione **A**

COGNOME:..... NOME:

N. MATRICOLA:..... Corso di Laurea:

1] (3 punti) Sia

$$f(x) = e^{-x^3+6x^2-12x} - 5.$$

Allora

$$(f^{-1})'(-4) =$$

2] (2+2 punti) Sia data la funzione

$$f(x) = 2 \sin(x^3) \cos x - \log(1+2x) \sin(x^2).$$

a) Il punto di ascissa $x = 0$ è un punto di massimo, di minimo o un flesso per f ?

.....

b) La derivata quinta in $x = 0$ della funzione

$$\text{è } f^{(5)}(0) =$$

3] (3 punti) Sia $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq 1 - x^2\} \cup \{(3 + \frac{1}{n}, 3 + \frac{1}{n}) ; n \in \mathbb{N}\}$.

Vero o falso?

$$(\frac{10}{3}, \frac{10}{3}) \in A' \quad$$

$$(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) \in A^\circ \quad$$

$$(3, 3) \in \partial A \quad$$

$$(1, 0) \in A' \quad$$

4] (4 punti) Sia

$$a_n = \frac{e^{n+2\log n+3} \left(\arctan e^n - \frac{\pi}{2} \right)}{5n^2 + \log^3(1+n^4)}.$$

Allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = \dots\dots\dots$

5] (5 punti) Disegnare nel piano complesso le immagini dei seguenti insiemi.

$$A = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}(z) \geq \operatorname{Im}(z), 1 \leq |z| < 5\};$$

$$B = \{w \in \mathbb{C} : w = (1+i)z, z \in A\};$$

$$C = \{t \in \mathbb{C} : t^2 \in A\}.$$

6] (4 punti) Calcolare, se esiste,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x-x^2} - \cos x - \frac{1}{2} \arctan 3x}{\log(\operatorname{Ch}x)}$$

(Scrivere uno svolgimento completo).

7] (3+4 punti) Sia data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} e^x - 1 & \text{se } x \in (-\infty, 0] \\ 0 & \text{se } x = 1 \\ |x-1| \log|x-1| & \text{se } x \in (0, 1) \cup (1, 3] \end{cases}.$$

a) Studiare la continuità e la derivabilità della funzione f .

b) Posto $I = (-\infty, 3]$, determinare $\inf_{x \in I} f(x)$ e $\sup_{x \in I} f(x)$ ed eventuali estremanti relativi di f in I .

Esistono $\min_{x \in I} f(x)$ e $\max_{x \in I} f(x)$?

(Scrivere uno svolgimento completo).

Analisi Matematica I

Corsi di Laurea in Matematica e Matematica per le Applicazioni
(proff. M. Salvatori-E. Terraneo)

Prova scritta del 16.02.2009

versione **B**

COGNOME:..... NOME:

N. MATRICOLA:..... Corso di Laurea:

1] (3 punti) Sia

$$f(x) = e^{x^3-9x^2+27x} - 4.$$

Allora

$$(f^{-1})'(-3) =$$

2] (2+2 punti) Sia data la funzione

$$f(x) = 2 \sin(x^4) \cos x - \log(1+2x) \operatorname{Sh}(x^3).$$

a) Il punto di ascissa $x = 0$ è un punto di massimo, di minimo o un flesso per f ?

.....

b) La derivata sesta in $x = 0$ della funzione

$$\text{è } f^{(6)}(0) =$$

3] (3 punti) Sia $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 - 1 \leq y \leq 0\} \cup \{(1 + \frac{1}{n}, 1 + \frac{1}{n}) ; n \in \mathbb{N}\}$.

Vero o falso?

$$(-1, 0) \in A' \quad \dots\dots\dots$$

$$(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}) \in A^\circ \quad \dots\dots\dots$$

$$(1, 1) \in \partial A \quad \dots\dots\dots$$

$$(\frac{4}{3}, \frac{4}{3}) \in A' \quad \dots\dots\dots$$

4] (4 punti) Sia

$$a_n = \frac{e^{n+2\log n+5} \left(\frac{\pi}{2} - \arctan e^n \right)}{3n^2 + \log^4(1+n^3)}.$$

Allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = \dots\dots\dots$

5] (5 punti) Disegnare nel piano complesso le immagini dei seguenti insiemi.

$$A = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}(z) \leq \operatorname{Im}(z), 1 < |z| \leq 3\};$$

$$B = \{w \in \mathbb{C} : w = (1 - i)z, z \in A\};$$

$$C = \{t \in \mathbb{C} : t^2 \in A\}.$$

6] (4 punti) Calcolare, se esiste,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+5x+x^2} - \cos x - \frac{1}{2} \arctan 5x}{\log(\operatorname{Ch}x)}$$

(Scrivere uno svolgimento completo).

7] (3+4 punti) Sia data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} |x+1| \log|x+1| & \text{se } x \in [-3, -1) \cup (-1, 0) \\ 0 & \text{se } x = -1 \\ e^{-x} - 1 & \text{se } x \in [0, +\infty) \end{cases} .$$

a) Studiare la continuità e la derivabilità della funzione f .

b) Posto $I = [-3, +\infty)$, determinare $\inf_{x \in I} f(x)$ e $\sup_{x \in I} f(x)$ ed eventuali estremanti relativi di f in I .

Esistono $\min_{x \in I} f(x)$ e $\max_{x \in I} f(x)$?

(Scrivere uno svolgimento completo).