

Analisi Matematica I

Corsi di Laurea in Matematica e Matematica per le Applicazioni
(proff. M. Salvatori-E. Terraneo)

Prova scritta del 18.06.2009

COGNOME:..... NOME:

N. MATRICOLA:..... Corso di Laurea:

1] (3 punti) Sia

$$f(x) = e^{3(x+1)} + 5x^7 - 1.$$

Allora

$$(f^{-1})'(-5) = \dots\dots\dots$$

2] (3 punti) Sia

$$f(x) = (x^2 + 3x) \sin x - (3x + 2) \log(1 + x^2).$$

La derivata quinta della funzione in $x = 0$

$$\text{è: } f^{(5)}(0) = \dots\dots\dots$$

3] (3 punti) Sia $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + 4y^2 < 1\} \cup \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x, y) = (\frac{n+1}{n}, 0), n \in \mathbb{N}\}$.

Determinare:

$$A' = \dots\dots\dots$$

$$A^\circ = \dots\dots\dots$$

$$\partial A = \dots\dots\dots$$

A è limitato?.....

4] (3 punti) Sia

$$a_n = \left(n \sin \frac{2}{n} - \cos \frac{1}{n} \right)^{-n^2}$$

Allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = \dots\dots\dots$

5] (2+2 punti) Al variare dei parametri reali a e b , si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} a \cos(ax) - be^{ax} & \text{se } x < 0 \\ \cos(\arctan(2a\sqrt{x})) & \text{se } x \geq 0 \end{cases} .$$

La funzione è continua in tutto \mathbb{R} se e solo se.....

La funzione è derivabile in tutto \mathbb{R} se e solo se.....

6] (4 punti) Rappresentare nel piano complesso i seguenti insiemi.

$$A = \{z \in \mathbb{C} : |z|^2 > 2\operatorname{Re}(z); \operatorname{Im}(z) > 0\};$$

$$B = \{w \in \mathbb{C} : w = iz - 1, \quad z \in A\};$$

$$C = \{t \in \mathbb{C} : t = \frac{1}{w}, \quad w \in B\}.$$

7] (4 punti) Al variare del parametro reale a , calcolare, se esiste,

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^a \operatorname{Ch}(\log x)}{\operatorname{Sh}(\sqrt[3]{x} + x) - \sqrt[3]{x}}$$

(Scrivere uno svolgimento completo).

8] (6 punti) Sia data la funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{x^2 |x - 3| + 1}.$$

Tracciare un grafico qualitativo di $f(x)$ precisandone insieme di definizione, limiti alla frontiera dell'insieme di definizione, eventuali asintoti, insieme di derivabilità, crescere e decrescere, eventuali estremanti (non è richiesto lo studio della concavità).