

# Analisi Matematica I

Corsi di Laurea in Matematica e Matematica per le Applicazioni

(proff. M. Salvatori-E. Terraneo)

Prova scritta del 30.01.2009

versione **A**

COGNOME:..... NOME: .....

N. MATRICOLA:..... Corso di Laurea: .....

1] (3 punti) La derivata 11-esima in  $x = 0$  della funzione

$$f(x) = \frac{\operatorname{Sh}(x^3)}{1+x^2}$$

è  $f^{(11)}(0) = \dots\dots\dots$

2] (3 punti) Siano

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + 2x + y^2 \leq 0\} \quad \text{e} \quad B = \{(x, y) = (1 + \frac{1}{n}, 0) \in \mathbb{R}^2; n \in \mathbb{N}\}$$

e si ponga  $C = A \cup B$ .

Allora

$C^\circ = \dots\dots\dots$

$\partial C = \dots\dots\dots$

$C' = \dots\dots\dots$

3] (3 punti) Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione derivabile e invertibile su  $\mathbb{R}$  e tale che

$$f(x) = -3 + \frac{7}{2}(x-2) + o(x-2) \quad \text{per } x \rightarrow 2.$$

Allora lo sviluppo di Taylor arrestato al I ordine della funzione inversa  $f^{-1}$  nel punto di ascissa  $-3$

è:  $\dots\dots\dots$

4] (4 punti) Tutte le soluzioni nel campo complesso dell'equazione

$$(z + 1)^4 = -8(1 + i\sqrt{3})$$

sono

.....

5] (4 punti) Calcolare, se esiste,

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n}{\log(n^3)} (\log^2(1+n) - \log^2(n))$$

(Scrivere uno svolgimento completo).

6] (3 punti) Per quali valori dei parametri reali  $a, b$  la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\cos(3 \log x) - 1}{\sqrt[5]{x-1}} & x > 1 \\ ax^2 + bx & x \leq 1 \end{cases}$$

è continua e derivabile in  $x = 1$ ?

.....

7] (5 punti) Calcolare al variare del parametro  $\alpha > 0$  il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \alpha x + x^{\alpha+2}}{e^{2x^2} - \operatorname{Ch}(\log(1 + 2x))}.$$

(Scrivere uno svolgimento completo).

8] (5 punti) Sia data la funzione

$$f(x) = \frac{3}{x+5} - |x+1|.$$

a) Sia  $I = [-4, +\infty)$ , determinare  $\inf_{x \in I} f(x)$  e  $\sup_{x \in I} f(x)$  ed eventuali estremanti relativi di  $f$  in  $I$ .

Esistono  $\min_{x \in I} f(x)$  e  $\max_{x \in I} f(x)$ ?

b) Tracciare un grafico qualitativo di  $f(x)$  in tutto il suo insieme di definizione.

(Scrivere uno svolgimento completo).

# Analisi Matematica I

Corsi di Laurea in Matematica e Matematica per le Applicazioni

(proff. M. Salvatori-E. Terraneo)

Prova scritta del 30.01.2009

versione **B**

COGNOME:..... NOME: .....

N. MATRICOLA:..... Corso di Laurea: .....

1] (3 punti) La derivata 14-esima in  $x = 0$  della funzione

$$f(x) = \frac{\sin(x^4)}{1+x^2}$$

è  $f^{(14)}(0) = \dots\dots\dots$

2] (3 punti) Siano

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + 2y + y^2 \leq 0\} \quad \text{e} \quad B = \{(x, y) = (0, 1 + \frac{1}{n}) \in \mathbb{R}^2; n \in \mathbb{N}\}$$

e si ponga  $C = A \cup B$ .

Allora

$C^\circ = \dots\dots\dots$

$\partial C = \dots\dots\dots$

$C' = \dots\dots\dots$

3] (3 punti) Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione derivabile e invertibile su  $\mathbb{R}$  e tale che

$$f(x) = 5 - \frac{9}{4}(x+3) + o(x+3) \quad \text{per } x \rightarrow -3.$$

Allora lo sviluppo di Taylor arrestato al I ordine della funzione inversa  $f^{-1}$  nel punto di ascissa 5

è: .....

4] (4 punti) Tutte le soluzioni nel campo complesso dell'equazione

$$(z - i)^4 = 8(-1 + i\sqrt{3})$$

sono

.....

5] (4 punti) Calcolare, se esiste,

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\log(n^5)}{n (\log^2(1+n) - \log^2(n))}$$

(Scrivere uno svolgimento completo).

6] (3 punti) Per quali valori dei parametri reali  $a, b$  la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\operatorname{Ch}(5 \log x) - 1}{\sqrt[3]{x-1}} & x > 1 \\ ax^2 + bx & x \leq 1 \end{cases}$$

è continua e derivabile in  $x = 1$ ?

.....

7] (5 punti) Calcolare al variare del parametro  $\alpha > 0$  il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{Sh} x - \alpha x + x^{\alpha+2}}{\cos(\log(1 + 2x)) - e^{-2x^2}} .$$

(Scrivere uno svolgimento completo).

8] (5 punti) Sia data la funzione

$$f(x) = \frac{5}{x+8} - |x+2|.$$

a) Sia  $I = [-7, +\infty)$ , determinare  $\inf_{x \in I} f(x)$  e  $\sup_{x \in I} f(x)$  ed eventuali estremanti relativi di  $f$  in  $I$ .

Esistono  $\min_{x \in I} f(x)$  e  $\max_{x \in I} f(x)$ ?

b) Tracciare un grafico qualitativo di  $f(x)$  in tutto il suo insieme di definizione.

(Scrivere uno svolgimento completo).