

Analisi Matematica 1

Corso di Laurea in Matematica (proff. M. Salvatori e C. Zanco)

Prova scritta/Seconda prova parziale (solo esercizi 4-8) del 25.1.2011

COGNOME: NOME:

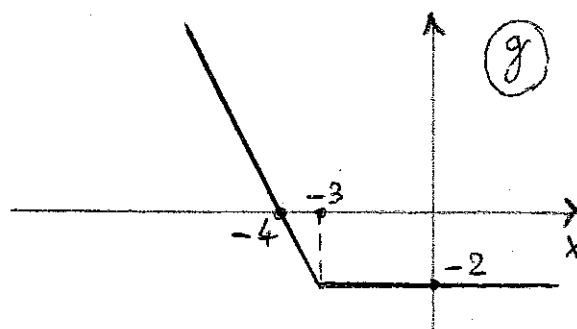
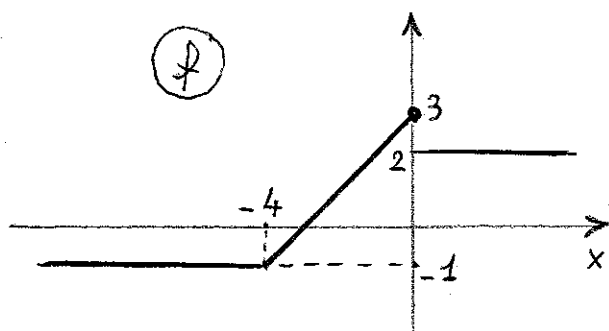
N. MATRICOLA: Corso di Laurea:

1] (3 punti) In $[0, \pi)$ le soluzioni della disequazione

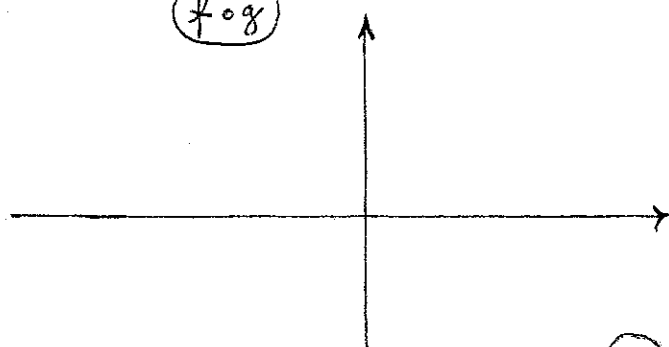
$$\sqrt{3 - \tan^2 x} > \sqrt{2} \tan x$$

sono:

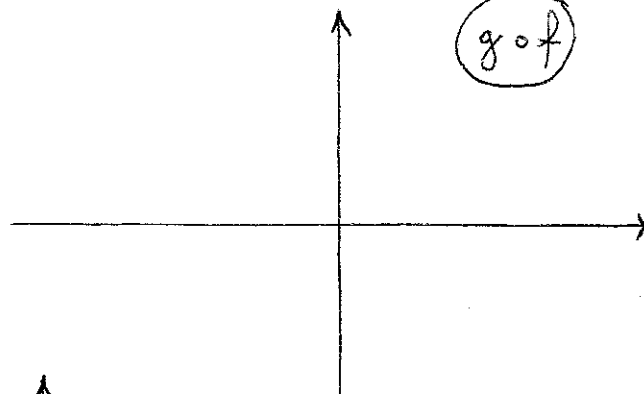
2] (6 punti) Siano $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ le funzioni i cui diagrammi (ottenuti per accostamento di segmenti o semirette) sono illustrati in figura; in particolare f è costante per $x \leq -4$ e per $x > 0$ e g è costante per $x \geq -3$. Tracciare i diagrammi delle funzioni $f \circ g, g \circ f$ e $h(x) = |f(-|x|)|$.



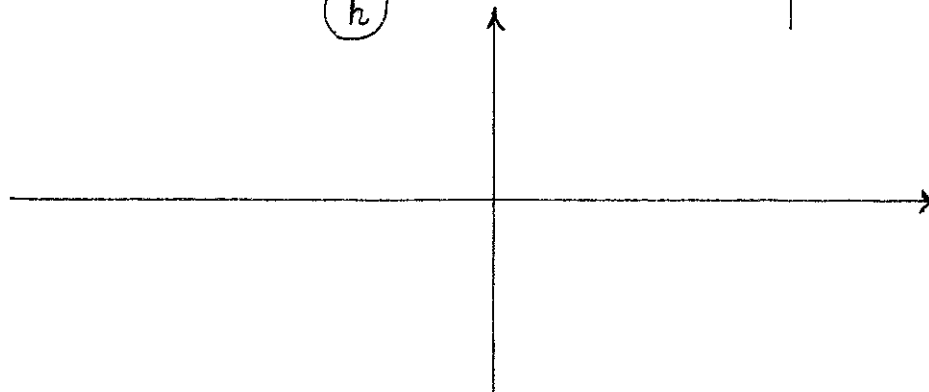
$f \circ g$



$g \circ f$



h



3] (4 punti) Scrivere, in forma algebrica, le soluzioni dell'equazione

$$\frac{1-i}{(1+i)z^4} = i^8 \bar{z}.$$

Soluzioni:.....

Breve giustificazione.

4] (5/7 punti) Calcolare il limite per $n \rightarrow +\infty$ della seguente successione.

$$a_n = n - e^{1/n} \sqrt[4]{(n-1)^4 - 5n^3}.$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = \dots\dots\dots$$

Breve giustificazione.

5] (4/6 punti) Determinare le equazioni di eventuali asintoti al grafico della funzione

$$f(x) = \log(3^x + 5^{1/x}).$$

Equazioni degli asintoti:

6] (4/6 punti) Stabilire il carattere semplice e assoluto della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{\log n}{\sqrt{n}}.$$

Breve giustificazione:

7] (5/7 punti) Determinare, al variare del parametro reale α , il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n^\alpha \frac{\sqrt[5]{2n^3 + n^2} - \sqrt[5]{2n^3}}{\log\left(\frac{2}{\pi} \arctan n^2\right)}.$$

Breve giustificazione:

8] (4/8 punti) In \mathbb{R} dotato della metrica euclidea si consideri l'insieme S di cardinalità maggiore del numerabile. Mostrare che S' non è vuoto e, in particolare, mostrare che $S' \cap S$ ha cardinalità maggiore del numerabile.