

Cognome.....Nome.....Matr.....

1. (5 punti) Determinare per quali valori del parametro $a \in \mathbb{R}$ converge il seguente integrale

$$\int_1^{+\infty} \frac{(\log x)^a}{x(1 + \sqrt[3]{\log x})\sqrt[5]{\operatorname{arctg}x - \frac{\pi}{4}}} dx.$$

2. (9 punti) Sia

$$f(x, y) = \begin{cases} x \log \left(1 + \sqrt{\left| \frac{y}{x} \right|} \right), & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

i) Stabilire se la funzione f è continua in ogni punto del suo dominio.

ii) Studiare derivabilità direzionale e differenziabilità della funzione f sul suo dominio.

3. (8 punti) Sia f la funzione

$$f(x, y) = e^{-y^2} + 2xy + 5y^2 + 2x^2.$$

i) Determinare i punti estremanti relativi della funzione f sul suo dominio.

ii) Determinare l'estremo superiore e l'estremo inferiore della funzione f sul suo dominio.

4. (6 punti) Sia

$$E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \geq 1, x^2 - 2y + y^2 \leq 0\}.$$

Calcolare

$$\int_E \sqrt{x^2 + y^2} \, dx \, dy.$$

5. (6 punti) Verificare che il grafico della funzione

$$f(x) = \sqrt{4x^2 - 1} + \frac{x + 2 + \sin(x^2)}{2x - 1}$$

ammette asintoto obliquo per $x \rightarrow -\infty$ e ricavarne l'equazione.

Cognome.....Nome.....Matr.....

1. (8 punti) Sia f la funzione

$$f(x, y) = e^{-x^2} + 2xy + 5x^2 + 2y^2.$$

i) Determinare i punti estremanti relativi della funzione f sul suo dominio.

ii) Determinare l'estremo superiore e l'estremo inferiore della funzione f sul suo dominio.

2. (5 punti) Determinare per quali valori del parametro $a \in \mathbb{R}$ converge il seguente integrale

$$\int_1^{+\infty} \frac{(\log x)^a}{x(1 + \sqrt[3]{\log x})\sqrt[5]{\operatorname{arctg}x - \frac{\pi}{4}}} dx.$$

3. (9 punti) Sia

$$f(x, y) = \begin{cases} x \log \left(1 + \sqrt{\left| \frac{y}{x} \right|} \right), & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

i) Stabilire se la funzione f è continua in ogni punto del suo dominio.

ii) Studiare derivabilità direzionale e differenziabilità della funzione f sul suo dominio.

4. (6 punti) Sia

$$E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \geq 1, x^2 - 2x + y^2 \leq 0\}.$$

Calcolare

$$\int_E \sqrt{x^2 + y^2} \, dx \, dy.$$

5. (6 punti) Verificare che il grafico della funzione

$$f(x) = \sqrt{4x^2 - 1} + \frac{x + 2 + \sin(x^2)}{2x - 1}$$

ammette asintoto obliquo per $x \rightarrow -\infty$ e ricavarne l'equazione.