

I seguenti quesiti ed il relativo svolgimento sono coperti dal diritto d'autore, pertanto essi non possono essere sfruttati a fini commerciali o di pubblicazione editoriale senza autorizzazione esplicita e scritta dell'autore. Ogni abuso sarà perseguito a termini di legge dal titolare del diritto.

Corso di Matematica per CTF

G. Molteni

Seconda prova d'esonero: 21.1.2003

Il candidato risolva almeno **tre** tra i seguenti quesiti.

- (1) Stabilire l'esistenza dei seguenti integrali generalizzati:

$$\int_1^{+\infty} \frac{1-2x}{\sqrt{x^4+1}} dx, \quad \int_1^{+\infty} \frac{x^3-x+\cos x}{\sqrt{x^6+2x+1}} dx, \quad \int_{-1}^1 \frac{x \ln(1+x) + x}{\sqrt[3]{e^x-1}} dx.$$

- (2) Calcolare il valore del seguente integrale

$$\int_0^1 \frac{dx}{3\sqrt{x-x}}.$$

- (3) Stabilire se le seguenti funzioni sono continue nel punto $(0,0)$:

$$g(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3y}{x^2+y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0), \end{cases} \quad f(x,y) = \frac{xy+y}{\cos(xy)}.$$

- (4) Sia $f(x,y) = x^3 + y \sin(x)$. Calcolare le seguenti derivate parziali:

$$\frac{\partial f}{\partial x}, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}, \quad \frac{\partial^3 f}{\partial x \partial y \partial x}.$$

- (5) Data la funzione: $f(x,y) = x \ln(y) - y \ln(x)$, verificare che il punto (e,e) è stazionario. Determinare poi se tale punto è di massimo o di minimo per $f(x,y)$.

- (6) Determinare i punti di massimo e di minimo delle funzioni seguenti:

$$f(x,y) = (y-x^2)^2, \quad g(x,y) = (y-x^2)^3.$$

- (7) Risolvere il seguente P.C.

$$\begin{cases} y'' + 3y' + 2y = 2x - 1 \\ y(0) = 2 \\ y'(0) = 0. \end{cases}$$

- (8) Risolvere il seguente P.C. localmente (cioè senza precisare l'intorno di $x=0$). In seguito precisare l'intorno su cui la funzione trovata fa da soluzione.

$$\begin{cases} y' = -y + x \\ y(0) = 2. \end{cases}$$