

I seguenti quesiti ed il relativo svolgimento sono coperti dal diritto d'autore, pertanto essi non possono essere sfruttati a fini commerciali o di pubblicazione editoriale senza autorizzazione esplicita e scritta dell'autore. Ogni abuso sarà perseguito a termini di legge dal titolare del diritto.

Corso di Matematica per CTF

G. Molteni

seconda prova d'esonero: 20.1.2004 versione A

Il candidato risolva almeno tre tra i seguenti quesiti.

- (1) Calcolare il valore del seguente integrale

$$\int_0^1 \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt[3]{x} + 1} dx.$$

- (2) Data la funzione: $f(x, y) = xe^{x^2-y} - x$, verificare che il punto $(0, 0)$ è stazionario. Determinare poi se tale punto è di massimo o di minimo per $f(x, y)$.

- (3) Stabilire se le seguenti funzioni sono continue nel punto $(0, 0)$:

$$f(x, y) = \frac{x^2 + \sin(1 + y)}{x \sin y + y + \cos x}, \quad g(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{\sqrt{x^2 + y^2}} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

- (4) Stabilire l'esistenza dei seguenti integrali generalizzati:

$$\int_1^{+\infty} \frac{x}{x^2 + \sqrt{2x^3 - 1}} dx, \quad \int_1^{+\infty} \frac{x^2 + x - \ln x}{x^4 + 1} dx, \quad \int_0^1 \frac{\cos x}{e^{\sqrt{x}} - 1} dx.$$

- (5) Risolvere il seguente P.C. prima localmente (cioè senza precisare l'intorno di $x = 0$) e poi globalmente

$$\begin{cases} y' = x(y - 1) \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

- (6) Determinare i punti di massimo e di minimo delle funzioni seguenti:

$$f(x, y) = x^2 + xy^2 + y^2, \quad g(x, y) = x^3 + e^{xy}.$$

- (7) Risolvere il seguente P.C.

$$\begin{cases} y'' - 5y' + 6y = (2x - 3)e^x \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0. \end{cases}$$

- (8) Sia $f(x, y) = xe^{xy}$. Calcolare le seguenti derivate parziali:

$$\frac{\partial f}{\partial x}, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}, \quad \frac{\partial^3 f}{\partial x \partial y \partial x}.$$