

I seguenti quesiti ed il relativo svolgimento sono coperti dal diritto d'autore, pertanto essi non possono essere sfruttati a fini commerciali o di pubblicazione editoriale senza autorizzazione esplicita e scritta dell'autore. Ogni abuso sarà perseguito a termini di legge dal titolare del diritto.

Corso di Matematica per CTF

G. Molteni

Prima prova versione B: 1.12.2003

Il candidato risolva almeno tre tra i seguenti quesiti.

- (1) Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin^3 x}{x} & \text{per } x \neq 0 \\ 0 & \text{per } x = 0, \end{cases}$$

calcolare $f'(x)$ per ogni possibile valore di x (in particolare, si vuole sapere se $f'(0)$ esiste ed in caso di risposta affermativa se ne vuole conoscere il valore).

- (2) Della seguente funzione determinare l'equazione delle **eventuali** rette asintotiche per $x \rightarrow +\infty$ e $x \rightarrow -\infty$:

$$f(x) = \frac{x^2 + x}{x + 1}.$$

- (3) Stabilire l'esistenza dei seguenti integrali generalizzati.

$$\int_0^1 \frac{\sin x}{x^2 + \sqrt{x} \sin x} dx, \quad \int_1^{+\infty} \frac{x^3 + 1}{x^4 + x} dx.$$

- (4) Sviluppare in $x_0 = 0$ ed al 4° ordine la funzione $f(x) = e^x \cdot \sin(x)$. Calcolare poi il valore di $f'''(0)$.

- (5) Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt[3]{x-2}}{x^2 + x}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + 3 \cos x}{x + \sqrt{x} \cos x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \log(1 - 2x) + 2x^2}{x^3}.$$

- (6) Studiare la funzione

$$f(x) = x - \frac{1}{x-2}.$$

È richiesto lo studio della sua convessità.

- (7) Data la funzione $f(x) = x^2 - \sqrt[3]{x-2}$, determinare l'equazione della retta tangente al suo grafico nel punto di ascissa 3.

- (8) Calcolare i seguenti integrali.

$$\int_1^8 \frac{1}{x} - \frac{1}{\sqrt[3]{x}} dx, \quad \int_0^1 \frac{x^2 - x + 2}{x + 2} dx.$$