

I seguenti quesiti ed il relativo svolgimento sono coperti dal diritto d'autore, pertanto essi non possono essere sfruttati a fini commerciali o di pubblicazione editoriale senza autorizzazione esplicita e scritta dell'autore. Ogni abuso sarà perseguito a termini di legge dal titolare del diritto.

# Corso di Matematica per CTF

G. Molteni

## Prima prova versione A: 1.12.2003

Il candidato risolva almeno tre tra i seguenti quesiti.

- (1) Calcolare i seguenti integrali.

$$\int_1^4 x^2 + x - \frac{3}{\sqrt{x}} dx, \quad \int_0^1 \frac{x^2 - x - 1}{x + 1} dx.$$

- (2) Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + \sqrt[3]{x+1}}{x^3 + x^2 + x + 1}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - \sin x}{1 + \log x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \sin x - \log(1 + x^3)}{x^4}.$$

- (3) Della seguente funzione determinare l'equazione delle **eventuali** rette asintotiche per  $x \rightarrow +\infty$  e  $x \rightarrow -\infty$ :

$$f(x) = \frac{x^3 - x^2}{x^2 + x}.$$

- (4) Sviluppare in  $x_0 = 0$  ed al 4° ordine la funzione  $f(x) = \cos(x^2) \cdot \log(1 + x)$ . Calcolare poi il valore di  $f'''(0)$ .

- (5) Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin^2 x}{x} & \text{per } x \neq 0 \\ 0 & \text{per } x = 0, \end{cases}$$

calcolare  $f'(x)$  per ogni possibile valore di  $x$  (in particolare, si vuole sapere se  $f'(0)$  esiste ed in caso di risposta affermativa se ne vuole conoscere il valore).

- (6) Studiare la funzione

$$f(x) = 2x + \frac{1}{x-1}.$$

È richiesto lo studio della sua convessità.

- (7) Data la funzione  $f(x) = x^2 - \sqrt{x+2}$ , determinare l'equazione della retta tangente al suo grafico nel punto di ascissa 2.

- (8) Stabilire l'esistenza dei seguenti integrali generalizzati.

$$\int_0^4 \frac{\sqrt[3]{x} - x}{x + \sqrt{x}} dx, \quad \int_0^{+\infty} \frac{x^2 - x - 1}{x^4 + 1} dx.$$