Corso di Matematica per CTF

G. Molteni

seconda prova d'esonero: 20.1.2004 versione D

Il candidato risolva almeno tre tra i seguenti quesiti.

(1) Stabilire l'esistenza dei seguenti integrali generalizzati:

$$\int_1^{+\infty} \frac{x}{\sqrt{x}+\sqrt{2x^3+1}}\,dx, \qquad \int_1^{+\infty} \frac{x^2-x}{x^4+3}\,dx, \qquad \int_0^1 \frac{x\sin x+1}{e^{\sqrt{x}}-1}dx.$$

(2) Risolvere il seguente P.C.

$$\begin{cases} y''-y'-6y=(6x+13)e^x \\ y(0)=0 \\ y'(0)=0. \end{cases}$$

(3) Stabilire se le seguenti funzioni sono continue nel punto $(0,0)$:

$$f(x,y)=\frac{x^2+\log(1-x-y)}{x\sin y+y\sin x}, \qquad g(x,y)=\begin{cases} \frac{x^2y}{x^2+y^2} & (x,y)\neq(0,0) \\ 0 & (x,y)=(0,0). \end{cases}$$

(4) Calcolare il valore del seguente integrale

$$\int_0^1 \frac{\sqrt{x}+x}{\sqrt{x}+1}\,dx.$$

(5) Sia $f(x,y)=y\sin(xy)$. Calcolare le seguenti derivate parziali:

$$\frac{\partial f}{\partial x}, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}, \quad \frac{\partial^3 f}{\partial x\partial y\partial x}.$$

(6) Data la funzione: $f(x,y)=xe^{-x^2+y}-x$, verificare che il punto $(0,0)$ è stazionario. Determinare poi se tale punto è di massimo o di minimo per $f(x,y)$.

(7) Determinare i punti di massimo e di minimo delle funzioni seguenti:

$$f(x,y)=2x^2-xy^2+y^2, \qquad g(x,y)=-x^3+2e^{xy}.$$

(8) Risolvere il seguente P.C. prima localmente (cioè senza precisare l'intorno di $x=0$) e poi globalmente

$$\begin{cases} y'=x(y+2) \\ y(0)=0. \end{cases}$$