

I seguenti quesiti ed il relativo svolgimento sono coperti dal diritto d'autore, pertanto essi non possono essere sfruttati a fini commerciali o di pubblicazione editoriale senza autorizzazione esplicita e scritta dell'autore. Ogni abuso sarà perseguito a termini di legge dal titolare del diritto.

Corso di Matematica per CTF

G. Molteni

Prima prova versione D: 1.12.2003

Il candidato risolva almeno tre tra i seguenti quesiti.

- (1) Calcolare i seguenti integrali.

$$\int_1^8 x^2 + x - \frac{1}{\sqrt[3]{x}} dx, \quad \int_0^1 \frac{x^2 - 2x + 1}{2x + 3} dx.$$

- (2) Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + x\sqrt[3]{2-x}}{x^3 - x}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x + \sin x}{x + \sqrt{x} \log x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + x^3 - \sin x}{x^2 \sin x - x \log(1 + x^2)}.$$

- (3) Data la funzione $f(x) = \cos x - \sqrt{4+x}$, determinare l'equazione della retta tangente al suo grafico nel punto di ascissa 0.

- (4) Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin^4 x}{x^3} & \text{per } x \neq 0 \\ 0 & \text{per } x = 0, \end{cases}$$

calcolare $f'(x)$ per ogni possibile valore di x (in particolare, si vuole sapere se $f'(0)$ esiste ed in caso di risposta affermativa se ne vuole conoscere il valore).

- (5) Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{1}{3-x} - x.$$

È richiesto lo studio della sua convessità.

- (6) Della seguente funzione determinare l'equazione delle **eventuali** rette asintotiche per $x \rightarrow +\infty$ e $x \rightarrow -\infty$:

$$f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{3 - 2x}.$$

- (7) Sviluppare in $x_0 = 0$ ed al 4° ordine la funzione $f(x) = \cos(x^2) \cdot \sin(x)$. Calcolare poi il valore di $f'''(0)$.

- (8) Stabilire l'esistenza dei seguenti integrali generalizzati.

$$\int_0^4 \frac{\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}}{x + \sin x} dx, \quad \int_0^{+\infty} \frac{x^3 + x^2 - 1}{x^5 + x^4 + x + 1} dx.$$