

I seguenti quesiti ed il relativo svolgimento sono coperti dal diritto d'autore, pertanto essi non possono essere sfruttati a fini commerciali o di pubblicazione editoriale senza autorizzazione esplicita e scritta dell'autore. Ogni abuso sarà perseguito a termini di legge dal titolare del diritto.

Corso di Matematica per CTF

G. Molteni

seconda prova d'esonero: 20.1.2004 versione D

Il candidato risolva almeno tre tra i seguenti quesiti.

- (1) Stabilire l'esistenza dei seguenti integrali generalizzati:

$$\int_1^{+\infty} \frac{x}{\sqrt{x} + \sqrt{2x^3 + 1}} dx, \quad \int_1^{+\infty} \frac{x^2 - x}{x^4 + 3} dx, \quad \int_0^1 \frac{x \sin x + 1}{e^{\sqrt{x}} - 1} dx.$$

- (2) Risolvere il seguente P.C.

$$\begin{cases} y'' - y' - 6y = (6x + 13)e^x \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0. \end{cases}$$

- (3) Stabilire se le seguenti funzioni sono continue nel punto $(0, 0)$:

$$f(x, y) = \frac{x^2 + \log(1 - x - y)}{x \sin y + y \sin x}, \quad g(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

- (4) Calcolare il valore del seguente integrale

$$\int_0^1 \frac{\sqrt{x} + x}{\sqrt{x} + 1} dx.$$

- (5) Sia $f(x, y) = y \sin(xy)$. Calcolare le seguenti derivate parziali:

$$\frac{\partial f}{\partial x}, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}, \quad \frac{\partial^3 f}{\partial x \partial y \partial x}.$$

- (6) Data la funzione: $f(x, y) = xe^{-x^2+y} - x$, verificare che il punto $(0, 0)$ è stazionario. Determinare poi se tale punto è di massimo o di minimo per $f(x, y)$.

- (7) Determinare i punti di massimo e di minimo delle funzioni seguenti:

$$f(x, y) = 2x^2 - xy^2 + y^2, \quad g(x, y) = -x^3 + 2e^{xy}.$$

- (8) Risolvere il seguente P.C. prima localmente (cioè senza precisare l'intorno di $x = 0$) e poi globalmente

$$\begin{cases} y' = x(y + 2) \\ y(0) = 0. \end{cases}$$