

# Corso di Matematica per CTF

G. Molteni

Appello 3.6.2008

Il candidato risolva **interamente almeno tre** tra i seguenti quesiti.

- (1) Determinare l'equazione della retta che nel punto di ascissa  $x = 4$  è tangente al grafico della funzione  $f(x) = \frac{\sqrt{x+4}}{\sqrt{x-4}}$ .

- (2) Calcolare i seguenti integrali.

$$\int_1^8 (4x + \sqrt[3]{x} - \frac{2}{x}) dx, \quad \int_0^{2\pi} (x^3 - 2 \cos(x)) dx, \quad \int_0^1 \frac{2x^2 + 3x + 5}{x + 2} dx.$$

- (3) Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \log(1 - 3x) - x^2}{3x - \sin x}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x} - 3x}{x - \sin x}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{3/2} + 1}{3x - 2} (\sqrt{x+2} - \sqrt{x}).$$

- (4) Sia  $f(x, y) = \frac{x}{xy+1}$ . Calcolare le seguenti derivate parziali:

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y), \quad \frac{\partial f}{\partial y}(x, y), \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, y), \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x, y), \quad \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x, y).$$

- (5) Un produttore di tappi di sughero stima pari a 4% la probabilità che un tappo venga messo in vendita nonostante sia stato contaminato da una muffa. Calcolare la probabilità che in una partita di 10000 vi siano tra i 370 ed i 420 tappi contaminati **avendo cura di giustificare ogni passaggio**.

- (6) La quantità  $Z$  di zinco deposta al catodo di un bagno elettrolitico dipende linearmente dalla quantità di carica  $q$  che vi fluisce. Si ha cioè che  $Z = z_0 + m \cdot q$  dove  $z_0$  rappresenta la quantità di zinco già presente al catodo al momento dell'accensione del bagno ed  $m$  rappresenta una costante di proporzionalità. Durante un bagno chimico sono fatte le seguenti misure:

$q$ in Coulomb		1	3	5	9	12	14
$Z$ in grammi		7.1	12.3	15.6	25.2	32.2	36.8

Usando il metodo dei minimi quadrati determinare una stima per le costanti  $m$  ed  $z_0$ .

- (7) Su un spazio campionario  $\Omega$  sono date due variabili aleatorie  $X, Y$  di cui sono note le seguenti probabilità congiunte e marginali:

$X \backslash Y$		2	5	6	
2					
-3		1/15		1/30	1/3
		1/5	7/10		

Completare la tabella delle probabilità congiunte e marginali e calcolare  $M[X]$ ,  $M[Y]$ .  
Le variabili  $X$  ed  $Y$  sono correlate?