

Corso di Matematica per CTF

G. Molteni

Appello 17.9.2008

Il candidato risolva **interamente almeno tre** tra i seguenti quesiti.

- (1) Determinare l'equazione della retta che nel punto di ascissa $x = 2$ è tangente al grafico della funzione $f(x) = \frac{x^2-1}{x+2}$.

- (2) Calcolare i seguenti integrali.

$$\int_1^4 \left(x + \frac{1}{\sqrt{x}}\right) dx, \quad \int_0^{2\pi} (2x - 3) \cos(x) dx, \quad \int_0^1 \frac{x^3 + 2x^2 - x + 1}{x - 2} dx.$$

- (3) Sia $f(x, y) = xy + \sin x + \cos y$. Calcolare le seguenti derivate parziali:

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y), \quad \frac{\partial f}{\partial y}(x, y), \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, y), \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x, y), \quad \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x, y).$$

- (4) Determinare il valore della costante reale c in modo che la funzione $f(x) = c(x^2 + x^4)$ sia una densità sullo spazio campionario $\Omega = [0, 1]$. Si calcoli poi media e varianza.

- (5) Il moto di un grave in caduta libera da un'altezza x_0 con velocità iniziale nulla e trascurando le forze di resistenza è regolato dalla legge $x(t) = x_0 - \frac{g}{2}t^2$, dove g è l'accelerazione di gravità. Un esperimento consiste nel lanciare da un pallone aerostatico un grave nelle condizioni precedenti, e nel registrare la posizione ad intervalli di tempo prefissati. Così facendo si sono ottenuti i dati seguenti:

t in secondi	0	1	2	3	4
x in metri	102	97	83	58	24

Usando il metodo dei minimi quadrati determinare una stima per le costanti x_0 e g .

Attenzione! la legge che lega x al tempo non è lineare, tuttavia lo è quella che lega x a t^2 . È dunque a queste variabili che deve essere applicato il metodo dei minimi quadrati.

- (6) Una coppia di dadi è stata truccata in modo che al lancio di ogni dado le facce 1, 3 e 5 compaiono con probabilità $1/4$ mentre le altre restano tra loro equiprobabili. Qual è la probabilità che lanciando la coppia di dadi il valore assoluto della differenza dei numeri sulle facce sia 3?

- (7) Su un spazio campionario Ω sono date due variabili aleatorie X, Y di cui sono note le seguenti probabilità congiunte e marginali:

$X \backslash Y$	21	33	42	
1			1/3	
3	1/15			2/5
	4/15	4/15		

Completare la tabella delle probabilità congiunte e marginali e calcolare $M[X]$, $M[Y]$. Le variabili X ed Y sono correlate? Sono indipendenti?