Corso di Matematica per CTF

G. Molteni

Prima prova versione A: 13.12.2007

Il candidato risolva almeno tre tra i seguenti quesiti.

(1) Calcolare i seguenti integrali:

$$\int_{\pi/2}^{\pi} (2x-1)\cos x\, dx, \qquad \int_0^1 (3x^4 - x^3 + 2x^2 + 2)\, dx, \qquad \int_0^2 \frac{2x^2 - 3x + 3}{x+2}\, dx.$$

(2) Calcolare il valore dei seguenti integrali generalizzati:

$$\int_0^1 \frac{x^2+3x-1}{\sqrt{x}}\, dx, \qquad \int_4^{+\infty} \frac{1}{x^2-5x+6}\, dx.$$

(3) L'equazione $3x^4 + 3x - 1 = 0$ ha una sola soluzione nell'intervallo $(0,1)$. Usando l'algoritmo di Newton determinare la rappresentazione decimale corretta fino alla seconda cifra di tale numero.

(4) Sviluppare in $x_0 = 0$ ed al 4° ordine la funzione $f(x) = (e^x - e^{-3x})\sin(2x)$. Calcolare poi il valore di $f^{(iv)}(0)$.

(5) Per ciascuna delle seguenti funzioni si determinino gli eventuali punti estremanti:

$$f(x) = \frac{4x^2+4x+1}{x+1}\,, \qquad g(x) = x^3 \log x$$

(6) Determinare l'equazione della retta tangente al grafico della funzione $f(x) = \frac{2x^3+3x}{x^2+2}$ nel punto di ascissa $x = 1$.

(7) Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(5x)}{x + 2\sqrt{x^5}}, \qquad \lim_{x\to+\infty} \frac{x^2 - x^3 - e^{-x}}{x^4 + e^{-x}}, \qquad \lim_{x\to+\infty} \frac{\sin(x+x^2) + \log x + 3x}{5x + 7\sin x}.$$

(8) Stabilire l'esistenza dei seguenti integrali generalizzati.

$$\int_0^2 \frac{\sqrt[3]{x}}{2x + \sqrt{x} + x^3}\, dx, \qquad \int_2^{+\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{x^3 + \sin^2 x}\, dx.$$

Corso di Matematica per CTF

G. Molteni

Prima prova versione B: 13.12.2007

Il candidato risolva almeno tre tra i seguenti quesiti.

(1) Calcolare il valore dei seguenti integrali generalizzati:

$$\int_0^1 \frac{3x^2 + x - 2}{3\sqrt{x}}\, dx, \qquad \int_8^{+\infty} \frac{1}{x^2 - 7x + 6}\, dx.$$

(2) Calcolare i seguenti integrali:

$$\int_{\pi/2}^{2\pi} (3x - 1)\cos x \; dx, \qquad \int_0^2 (3x^4 + x^2 - x + 2)\; dx, \qquad \int_0^1 \frac{2x^2 - 2x + 3}{2x + 1}\, dx.$$

(3) Sviluppare in $x_0 = 0$ ed al 5° ordine la funzione $f(x) = (e^{-2x} - e^x)\sin(3x)$. Calcolare poi il valore di $f^{(v)}(0)$.

(4) Per ciascuna delle seguenti funzioni si determinino gli eventuali punti estremanti:

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 2}\ , \qquad g(x) = -x^2 \log x$$

(5) Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(x) + 4x}{2x - \sqrt{x}}, \qquad \lim_{x\to+\infty} \frac{x^2 + e^x + x}{x^3 + e^x}, \qquad \lim_{x\to+\infty} \frac{x^3 - (\log x)^2}{4x + 6x^3}.$$

(6) Stabilire l'esistenza dei seguenti integrali generalizzati.

$$\int_2^{+\infty} \frac{\sqrt{x^3 + x - 1}}{x + 3x^4 + \sin x}\, dx, \qquad \int_0^6 \frac{3x + \sqrt[3]{x}}{\sin x + \sqrt{x}}\, dx.$$

(7) L'equazione $2x^4 + 3x - 2 = 0$ ha una sola soluzione nell'intervallo $(0, 1)$. Usando l'algoritmo di Newton determinare la rappresentazione decimale corretta fino alla seconda cifra di tale numero.

(8) Determinare l'equazione della retta tangente al grafico della funzione $f(x) = \frac{x^3 - x + 5}{x + 2}$ nel punto di ascissa $x = 1$.

Corso di Matematica per CTF

G. Molteni

Prima prova versione C: 13.12.2007

Il candidato risolva almeno tre tra i seguenti quesiti.

(1) Calcolare il valore dei seguenti integrali generalizzati:
$$\int_0^1 \frac{3x^2-5x+3}{\sqrt[3]{x}}\,dx, \qquad \int_3^{+\infty} \frac{3}{2x^2-5x+2}\,dx.$$

(2) Calcolare i seguenti integrali:
$$\int_0^1 (x^3+4x^2+x-5)\;dx, \qquad \int_0^\pi (x-4)\cos x\;dx, \qquad \int_0^1 \frac{x^2+3x+2}{x-3}\;dx.$$

(3) L'equazione $3x^4+2x-6=0$ ha una sola soluzione nell'intervallo $(0,3)$. Usando l'algoritmo di Newton determinare la rappresentazione decimale corretta fino alla seconda cifra di tale numero.

(4) Stabilire l'esistenza dei seguenti integrali generalizzati.
$$\int_0^1 \frac{x^2+3x}{\sin x - x}\;dx, \qquad \int_4^{+\infty} \frac{x^2+x\log x}{\sin(x^3)+x+x^3}\;dx.$$

(5) Per ciascuna delle seguenti funzioni si determinino gli eventuali punti estremanti:
$$f(x)=\frac{-2x^2-6x+1}{x+3}\;, \qquad g(x)=x^2\log x$$

(6) Sviluppare in $x_0=0$ ed al 4° ordine la funzione $f(x)=(e^x-e^{-2x})\cos(2x)$. Calcolare poi il valore di $f^{(iv)}(0)$.

(7) Calcolare i seguenti limiti:
$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(3x)-2x}{x-2\sqrt{x^3}}, \qquad \lim_{x\to-\infty} \frac{4x^2+x^3-3e^{-x}}{x^4+e^{-x}}, \qquad \lim_{x\to+\infty} \frac{\cos^2 x + x^3}{x-1-x^3}.$$

(8) Determinare l'equazione della retta tangente al grafico della funzione $f(x)=\frac{x^3+x^2+2}{4x^2+3x}$ nel punto di ascissa $x=1$.

Corso di Matematica per CTF

G. Molteni

Prima prova versione D: 13.12.2007

Il candidato risolva almeno tre tra i seguenti quesiti.

(1) L'equazione $4x^4+x-4=0$ ha una sola soluzione nell'intervallo $(0,4)$. Usando l'algoritmo di Newton determinare la rappresentazione decimale corretta fino alla seconda cifra di tale numero.

(2) Calcolare il valore dei seguenti integrali generalizzati:
$$\int_0^3 \frac{5x^2-3x-2}{3\sqrt[4]{x}}\,dx, \qquad \int_5^{+\infty} \frac{1}{3x^2+8x-3}\,dx.$$

(3) Calcolare i seguenti integrali:
$$\int_0^\pi (3x-5)\cos x\;dx, \qquad \int_0^1 (x^4-2x^3+3x^2-6)\;dx, \qquad \int_0^1 \frac{3x^2-5x+1}{3x-2}\;dx.$$

(4) Calcolare i seguenti limiti:
$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\sin x+x^2+\cos^2 x}{\log x-3x^2+\log(x^2+1)}, \qquad \lim_{x\to+\infty} \frac{x^2+4e^{-x}}{1-2x^2+2e^{-x}}, \qquad \lim_{x\to0} \frac{\sin(7x)-3x}{3x+\sqrt[3]{x^4}}.$$

(5) Sviluppare in $x_0=0$ ed al 4° ordine la funzione $f(x)=(e^{-2x}-e^{3x})\sin(2x)$. Calcolare poi il valore di $f^{(iv)}(0)$.

(6) Per ciascuna delle seguenti funzioni si determinino gli eventuali punti estremanti:
$$f(x)=\frac{4x^2-8x+1}{x-2}\,, \qquad g(x)=-x^3\log x$$

(7) Stabilire l'esistenza dei seguenti integrali generalizzati.
$$\int_0^3 \frac{\sin x}{x^2+3x+\sqrt{x}}\;dx, \qquad \int_1^{+\infty} \frac{x\log x-x^3}{\cos(x^2+1)+x^4}\;dx.$$

(8) Determinare l'equazione della retta tangente al grafico della funzione $f(x)=\frac{x^3+3x^2-1}{5x^2+x+1}$ nel punto di ascissa $x=1$.

Corso di Matematica per CTF

G. Molteni

Prima prova versione E: 13.12.2007

Il candidato risolva almeno tre tra i seguenti quesiti.

(1) L'equazione $3x^4 + 4x - 3 = 0$ ha una sola soluzione nell'intervallo $(0, 1)$. Usando l'algoritmo di Newton determinare la rappresentazione decimale corretta fino alla seconda cifra di tale numero.

(2) Calcolare il valore dei seguenti integrali generalizzati:

$$\int_0^3 \frac{3x^2 - 2x + 2}{\sqrt[3]{x}}\,dx, \qquad \int_5^{+\infty} \frac{1}{3x^2 - 7x + 2}\,dx.$$

(3) Calcolare i seguenti integrali:

$$\int_{\pi/2}^{\pi} (x+5)\cos x\;dx, \qquad \int_0^1 (3x^4 + x^3 - 3x^2 + 2)\;dx, \qquad \int_0^1 \frac{6x^2 - 4x + 2}{3x - 1}\;dx.$$

(4) Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\log(x^3+1) - x^2 + \log x}{\sin x - x^2}, \qquad \lim_{x\to-\infty} \frac{3x^3 + 3x^4 - 2e^{-x}}{x - 2x^4 + \log x + 4e^{-x}}, \qquad \lim_{x\to 0} \frac{\sin(3x) - 7x}{3x - \sqrt[3]{x^5}}.$$

(5) Sviluppare in $x_0 = 0$ ed al 4° ordine la funzione $f(x) = (e^{3x} - e^{-x})\cos(x)$. Calcolare poi il valore di $f^{(iv)}(0)$.

(6) Per ciascuna delle seguenti funzioni si determinino gli eventuali punti estremanti:

$$f(x) = \frac{3x^2 - 9x + 1}{x - 3}\,, \qquad g(x) = -x^4 \log x$$

(7) Stabilire l'esistenza dei seguenti integrali generalizzati.

$$\int_0^1 \frac{x + \sqrt[3]{x}}{3\cos x - 3}\,dx, \qquad \int_1^{+\infty} \frac{x^2 - x\sin(x+3) + 2}{x\cos(x^2) + 3x^5}\,dx.$$

(8) Determinare l'equazione della retta tangente al grafico della funzione $f(x) = \frac{x^3-2x+3}{x^2+2x-1}$ nel punto di ascissa $x = 1$.

Corso di Matematica per CTF

G. Molteni

Prima prova versione F: 13.12.2007

Il candidato risolva almeno tre tra i seguenti quesiti.

(1) Stabilire l'esistenza dei seguenti integrali generalizzati.

$$\int_0^2 \frac{x\cos x - \sqrt{x}}{3x + \sin x}\,dx, \qquad \int_3^{+\infty} \frac{\sqrt{2x+3}}{\log x + 3x^2}\,dx.$$

(2) Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\sin x + x^2 + \log x}{\log^2 x - x^2 + \sin^2 x}, \qquad \lim_{x\to+\infty} \frac{x^2 + 3x^4 + 4e^{-x}}{x - 2x^4 + e^{-x}}, \qquad \lim_{x\to 0} \frac{\sin(4x) - 5x}{2x - 5\sqrt[3]{x^5}}.$$

(3) Sviluppare in $x_0 = 0$ ed al 4° ordine la funzione $f(x) = (e^{-x} - e^{-2x})\sin(x)$. Calcolare poi il valore di $f^{(iv)}(0)$.

(4) Per ciascuna delle seguenti funzioni si determinino gli eventuali punti estremanti:

$$f(x) = \frac{3x^2 - 6x + 1}{x - 2}\,, \qquad g(x) = x^4 \log x$$

(5) L'equazione $5x^4 + 3x - 2 = 0$ ha una sola soluzione nell'intervallo $(0, 1)$. Usando l'algoritmo di Newton determinare la rappresentazione decimale corretta fino alla seconda cifra di tale numero.

(6) Calcolare il valore dei seguenti integrali generalizzati:

$$\int_0^1 \frac{2x^2 - 3x - 2}{3\sqrt[4]{x}}\,dx, \qquad \int_4^{+\infty} \frac{2}{6x^2 - 5x + 1}\,dx.$$

(7) Calcolare i seguenti integrali:

$$\int_0^{2\pi} (5x + 2)\cos x\,dx, \qquad \int_0^1 (4x^4 + 3x^3 - 2x^2 + x)\,dx, \qquad \int_0^1 \frac{2x^2 + 5x - 1}{x + 3}\,dx.$$

(8) Determinare l'equazione della retta tangente al grafico della funzione $f(x) = \frac{x^3 - 2x + 2}{x^2 - x + 1}$ nel punto di ascissa $x = 1$.