

I seguenti quesiti ed il relativo svolgimento sono coperti dal diritto d'autore, pertanto essi non possono essere sfruttati a fini commerciali o di pubblicazione editoriale senza autorizzazione esplicita e scritta dell'autore. Ogni abuso sarà perseguito a termini di legge dal titolare del diritto.

Corso di Matematica per CTF

G. Molteni

Appello 6.2.2009

Il candidato risolva **interamente almeno tre** tra i seguenti quesiti.

- (1) Determinare l'equazione della retta che nel punto di ascissa $x = -2$ è tangente al grafico della funzione $f(x) = \frac{x^2+3x-5}{2x^2+x-3}$.

- (2) Calcolare le seguenti primitive.

$$\int x(x - \sqrt[3]{x}) dx, \quad \int \frac{x^3 + 2x^2 - x + 1}{2x - 1} dx, \quad \int \frac{3x}{1 + 2x^2} dx.$$

- (3) Sia $f(x, y) = x\sqrt{y} - y\sqrt{x}$. Calcolare le seguenti derivate parziali:

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y), \quad \frac{\partial f}{\partial y}(x, y), \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, y), \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x, y), \quad \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x, y), \quad \frac{\partial^3 f}{\partial x \partial y \partial x}(x, y).$$

- (4) A seguito del procedere di una reazione chimica la concentrazione C della sostanza \aleph decade secondo la legge $C = C_0 e^{-bt}$ dove C_0 misura la concentrazione al tempo $t = 0$ e b è un parametro di reazione costante nel tempo. La legge che lega C (variabile dipendente) al tempo t (variabile indipendente) **non** è lineare, tuttavia da essa segue che

$$\log C = \log C_0 - b \cdot t$$

per cui se si assumono come nuove variabili il tempo t (variabile indipendente) e $\log C$ (variabile dipendente) la legge appare della forma lineare: $\log C = q + m \cdot t$ (dove l'ordinata all'origine q di fatto coincide con $\log C_0$ e il coefficiente angolare coincide con $-b$). Un esperimento fornisce i seguenti dati:

t in secondi	1	2	3	4	5
C	0.135355	0.018315	0.002478	0.000123	0.000016

Usando il metodo dei minimi quadrati determinare una stima per le costanti C_0 e b .

Suggerimento: per ogni valor di C calcolare $\log C$ ed interpolare linearmente $\log C$ e t .

- (5) Su un spazio campionario Ω sono date due variabili aleatorie X, Y di cui sono note le seguenti probabilità congiunte e marginali:

$X \backslash Y$	0	2	4	
-3	1/12	1/24		
1				3/4
	1/4		1/2	

Completare la tabella delle probabilità congiunte e marginali e successivamente calcolare $M[X]$, $M[Y]$. X ed Y sono indipendenti? Sono correlate?

- (6) Un produttore di tappi di sughero stima pari a 2% la probabilità che un tappo venga messo in vendita nonostante sia stato contaminato da una muffa. Calcolare la probabilità che in una partita di 10000 vi siano tra i 190 ed i 220 tappi contaminati **avendo cura di giustificare ogni passaggio**.

- (7) Determinare per quali valori della costante reale c la funzione $f(x) = c(4 - x^2)$ è una densità sullo spazio campionario $\Omega = [-2, 2]$. Si calcoli poi media μ e varianza σ^2 per ciascuna di esse.