Corso di Matematica per CTF

G. Molteni

Appello 8.6.2009

Il candidato risolva **interamente almeno tre** tra i seguenti quesiti.

(1) Determinare l'equazione della retta tangente al grafico della funzione $f(x) = x\sqrt{5-x^2}$ nel punto di ascissa $x = 1$.

(2) Calcolare i seguenti integrali.

$$\int_1^8 (3\sqrt[3]{x} - 4x - \frac{2}{x})\ dx, \qquad \int_0^1 e^{2x}(3x-2)\ dx, \qquad \int_0^1 \frac{2x^3+2x^2+3x+5}{x+2}\ dx.$$

(3) Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x+\sqrt{x}}{x-x^2+3\cos x}, \qquad \lim_{x\to 0} \frac{x\sin(2x)-2x^2e^x}{3x-\sin x}.$$

(4) Sia $f(x,y) = xy\cos(xy+2)$. Calcolare le seguenti derivate parziali:

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y), \quad \frac{\partial f}{\partial y}(x,y), \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y), \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y), \quad \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x,y).$$

(5) Un agricoltore ha stimato che il 5% della semente di melone che ha prodotto non germoglierà. Egli vende questa semente in scatole contenenti 300 semi ciascuno. Calcolare la probabilità che una data scatola contenga più di 20 semi sterili **avendo cura di giustificare ogni passaggio**.

(6) La quantità Z di zinco deposta al catodo di un bagno elettrochimico dipende linearmente dalla quantità di carica q che vi fluisce e questa, in condizione di corrente costante, è a sua volta proporzionale al tempo. Si ha cioè che $Z = z_0 + m \cdot t$ dove z_0 rappresenta la quantità di zinco già presente al catodo al momento dell'accensione del bagno ed m rappresenta una costante di proporzionalità. Durante un bagno chimico sono fatte le seguenti misure:

t in secondi	1	3	5	7	9	11
Z in grammi	3.1	4.8	5.9	6.1	8.2	8.3

Usando il metodo dei minimi quadrati determinare una stima per le costanti m ed z_0.

(7) Determinare il valore della costante c in modo che la funzione $f(x) = c(x^3 - x^4)$ sia una densità sullo spazio campionario $\Omega = [0,1]$. Successivamente calcolarne la media μ, la varianza σ^2 nonché la media e la varianza della variabile aleatoria il cui valore in x è $1/x$.

(8) Su un spazio campionario Ω sono date due variabili aleatorie X, Y indipendenti, la cui tabella di probabilità è la seguente:

$X\backslash Y$	1	3	5
1	1/6		1/12
2			

Sapendo che $p(X=2) = 2/3$, determinare il valore delle altre probabilità congiunte. Calcolare poi $M[X]$, $M[Y]$, $\mathrm{Var}[X]$, $\mathrm{Var}[Y]$ e $\mathrm{Var}[X+Y]$.