Corso di Matematica per CTF

G. Molteni

Prima prova versione A: 19.12.2008

Il candidato risolva almeno tre tra i seguenti quesiti.

(1) Calcolare i seguenti integrali:

$$\int_0^1 (x^4 - x^2 + x - 1)\, dx, \qquad \int_1^2 (2x-1)\log x\, dx, \qquad \int_0^1 \frac{3x^2+2x-3}{3x+2}\, dx.$$

(2) Calcolare il valore dei seguenti integrali generalizzati:

$$\int_0^1 \frac{3x+1}{\sqrt{x}}\, dx, \qquad \int_2^{+\infty} \frac{1}{x^2+5x+6}\, dx.$$

(3) L'equazione $x^4+2x-1=0$ ha una sola soluzione nell'intervallo $(0,1)$. Usando l'algoritmo di Newton determinare la rappresentazione decimale di tale numero corretta alla seconda cifra.

(4) Sviluppare al 4° ordine in 0 la funzione $f(x) = \cos(x)\log(1+2x)$. Successivamente calcolare il valore di $\lim_{x\to 0}(f(x) - 2x + 2x^2)/x^3$.

(5) Per ciascuna delle seguenti funzioni si determinino gli eventuali punti estremanti:

$$f(x) = \frac{x^2-4x+1}{x+1}\,, \qquad g(x) = (1-2x)e^x.$$

(6) Determinare l'equazione della retta tangente al grafico della funzione $f(x) = \frac{x^3+3}{x^2+2}$ nel punto di ascissa $x=1$.

(7) Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x - \sqrt{x^5}}, \qquad \lim_{x\to+\infty} \frac{x^2 - x^3 - e^x}{x^4 + e^x}, \qquad \lim_{x\to+\infty} \frac{\cos(x^2) + \log x + 3x}{5x + \sqrt{x} - \sin x}.$$

(8) Stabilire l'esistenza dei seguenti integrali generalizzati.

$$\int_0^1 \frac{\sqrt[3]{x}+2x}{2x+3\sqrt{x}+x^3}\, dx, \qquad \int_3^{+\infty} \frac{x^2+\sqrt{x^2+1}}{x^3+\sin^2 x}\, dx.$$

Corso di Matematica per CTF

G. Molteni

Prima prova versione B: 19.12.2008

Il candidato risolva almeno tre tra i seguenti quesiti.

(1) Calcolare il valore dei seguenti integrali generalizzati:

$$\int_0^1 \frac{3x^2-2}{\sqrt{x}}\,dx, \qquad \int_2^{+\infty} \frac{1}{x^2+7x+6}\,dx.$$

(2) Calcolare i seguenti integrali:

$$\int_0^1 (3x^4 - x^2 - 3x + 2)\,dx, \qquad \int_1^3 (x-3)\log x\,dx, \qquad \int_0^1 \frac{4x^2-2x+3}{4x-1}\,dx.$$

(3) Sviluppare al 4° ordine in 0 la funzione $f(x) = \sin(2x)\log(1-3x)$. Successivamente calcolare il valore di $\lim_{x\to 0}(f(x)+6x^2+9x^3)/x^4$.

(4) Per ciascuna delle seguenti funzioni si determinino gli eventuali punti estremanti:

$$f(x) = \frac{3x^2-2x-1}{x+2}\,, \qquad g(x) = (3-2x)e^{-x}.$$

(5) Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(x)-4x}{2x-\sqrt{x^3}}, \qquad \lim_{x\to -\infty} \frac{x^2+e^x-x^3}{x^3+e^x}, \qquad \lim_{x\to +\infty} \frac{x^3-(\log x)^2}{4x+6x^3}.$$

(6) Stabilire l'esistenza dei seguenti integrali generalizzati.

$$\int_1^{+\infty} \frac{\sqrt[3]{x^3+x-1}}{3x+3x^4-\sin x}\,dx, \qquad \int_0^1 \frac{x^2+3x-\sqrt{x}}{\sin x + 2\sqrt{x}}\,dx.$$

(7) L'equazione $2x^3+3x-2=0$ ha una sola soluzione nell'intervallo $(0,1)$. Usando l'algoritmo di Newton determinare la rappresentazione decimale corretta fino alla seconda cifra di tale numero.

(8) Determinare l'equazione della retta tangente al grafico della funzione $f(x) = \frac{x^3-x}{x^2+2}$ nel punto di ascissa $x=1$.

Corso di Matematica per CTF

G. Molteni

Prima prova versione C: 19.12.2008

Il candidato risolva almeno tre tra i seguenti quesiti.

(1) Calcolare il valore dei seguenti integrali generalizzati:
$$\int_0^1 \frac{3x^2-5}{\sqrt[3]{x}}\,dx, \qquad \int_1^{+\infty} \frac{3}{2x^2+5x+2}\,dx.$$

(2) Calcolare i seguenti integrali:
$$\int_0^1 (x^3-4x^2-x+5)\,dx, \qquad \int_0^1 \frac{2x^2-3x-3}{2x-3}\,dx, \qquad \int_1^4 (5x+3)\log x\,dx.$$

(3) L'equazione $3x^4+x-5=0$ ha una sola soluzione nell'intervallo $(0,5)$. Usando l'algoritmo di Newton determinare la rappresentazione decimale corretta fino alla seconda cifra di tale numero.

(4) Stabilire l'esistenza dei seguenti integrali generalizzati.
$$\int_0^1 \frac{x^2+3x-2}{\sin x-2x}\,dx, \qquad \int_1^{+\infty} \frac{x^3-x\log x}{\sin(x^3)+2x^3+x^5}\,dx.$$

(5) Per ciascuna delle seguenti funzioni si determinino gli eventuali punti estremanti:
$$f(x)=\frac{-x^2+3x-1}{x+3}\ , \qquad g(x)=(3-2x)e^{2x}.$$

(6) Sviluppare al 4° ordine in 0 la funzione $f(x)=\sin(3x)\log(1+2x)$. Successivamente calcolare il valore di $\lim_{x\to 0}(f(x)-6x^2+6x^3)/x^4$.

(7) Calcolare i seguenti limiti:
$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin(3x)-3x}{x^2-2\sqrt{x^3}}, \qquad \lim_{x\to-\infty}\frac{4x^4+x^3-3e^{-x}}{x^4-e^{-x}}, \qquad \lim_{x\to+\infty}\frac{\log^2 x-x^3}{1-x-x^3}.$$

(8) Determinare l'equazione della retta tangente al grafico della funzione $f(x)=\frac{x^3-x^2-2}{x^2+3}$ nel punto di ascissa $x=1$.

Corso di Matematica per CTF

G. Molteni

Prima prova versione D: 19.12.2008

Il candidato risolva almeno tre tra i seguenti quesiti.

(1) L'equazione $x^4+3x-6=0$ ha una sola soluzione nell'intervallo $(0,2)$. Usando l'algoritmo di Newton determinare la rappresentazione decimale corretta fino alla seconda cifra di tale numero.

(2) Calcolare il valore dei seguenti integrali generalizzati:
$$\int_0^1 \frac{5x^2-3}{\sqrt[4]{x}}\,dx, \qquad \int_9^{+\infty} \frac{1}{x^2-8x+7}\,dx.$$

(3) Calcolare i seguenti integrali:
$$\int_0^1 (x^4-2x^3+3x^2-6)\;dx, \quad \int_1^2 (3x-5)\log x\;dx, \quad \int_0^2 \frac{2x^2-4x+1}{2x+3}\,dx.$$

(4) Calcolare i seguenti limiti:
$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\cos x-3x^2+\cos^2 x}{3x^2-\log(x^4+1)}, \qquad \lim_{x\to+\infty} \frac{x^2+4e^{-x}}{x-3x^2+2e^{-x}}, \qquad \lim_{x\to 0} \frac{x-\sin x}{x^2-\sqrt[3]{x^4}}.$$

(5) Sviluppare al 4° ordine in 0 la funzione $f(x)=\cos(3x)\log(1-2x)$. Successivamente calcolare il valore di $\lim_{x\to0}(f(x)+2x+2x^2)/x^3$.

(6) Per ciascuna delle seguenti funzioni si determinino gli eventuali punti estremanti:
$$f(x)=\frac{x^2-3x+1}{x+2}\ , \qquad g(x)=(2+3x)e^{-2x}.$$

(7) Stabilire l'esistenza dei seguenti integrali generalizzati.
$$\int_0^3 \frac{1+2\sin x}{x^3+x+\sqrt{x}}\,dx, \qquad \int_1^{+\infty} \frac{x^2\log x-x^3}{\sin(x^2+1)+3x^4}\,dx.$$

(8) Determinare l'equazione della retta tangente al grafico della funzione $f(x)=\frac{x^3+3x^2-x}{5x^2-1}$ nel punto di ascissa $x=1$.

Corso di Matematica per CTF

G. Molteni

Prima prova versione E: 19.12.2008

Il candidato risolva almeno tre tra i seguenti quesiti.

(1) L'equazione $4x^4 + 3x - 2 = 0$ ha una sola soluzione nell'intervallo $(0, 1)$. Usando l'algoritmo di Newton determinare la rappresentazione decimale corretta fino alla seconda cifra di tale numero.

(2) Calcolare il valore dei seguenti integrali generalizzati:

$$\int_0^1 \frac{x^2 - 2x + 2}{\sqrt[3]{x}}\, dx, \qquad \int_2^{+\infty} \frac{1}{3x^2 + 7x + 2}\, dx.$$

(3) Calcolare i seguenti integrali:

$$\int_1^4 (5x - 2) \log x\; dx, \qquad \int_0^1 (x^4 - x^3 + x^2 - x + 1)\; dx, \qquad \int_0^2 \frac{9x^2 - 2x + 1}{3x + 1}\, dx.$$

(4) Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\log(x^3 + 1) - x^3 + \log x}{\cos x - x^3}, \qquad \lim_{x\to-\infty} \frac{x + 3x^4 - e^{-x}}{x - 2x^4 + \log x + 4e^{-x}}, \qquad \lim_{x\to 0} \frac{\cos(3x) - 1}{3x^3 - \sqrt[3]{x^5}}.$$

(5) Sviluppare al 4° ordine in 0 la funzione $f(x) = \sin(4x) \log(1 + 3x)$. Successivamente calcolare il valore di $\lim_{x\to 0}(f(x) - 12x^2 + 18x^3)/x^4$.

(6) Per ciascuna delle seguenti funzioni si determinino gli eventuali punti estremanti:

$$f(x) = \frac{x^2 + 4x + 1}{x - 1}, \qquad g(x) = (3 - 4x)e^{-3x}.$$

(7) Stabilire l'esistenza dei seguenti integrali generalizzati.

$$\int_0^1 \frac{2x - \sqrt[3]{x}}{\cos x - 1}\, dx, \qquad \int_1^{+\infty} \frac{3x^2 - x^2 \sin(x - 3) + 2x^4}{x \cos(x^2) + 4x^5}\, dx.$$

(8) Determinare l'equazione della retta tangente al grafico della funzione $f(x) = \frac{x^3 - 2x + 3}{x^2 + 2x - 1}$ nel punto di ascissa $x = 1$.

Corso di Matematica per CTF

G. Molteni

Prima prova versione F: 19.12.2008

Il candidato risolva almeno tre tra i seguenti quesiti.

(1) Stabilire l'esistenza dei seguenti integrali generalizzati.

$$\int_0^2 \frac{x\cos x - x + \sqrt{x}}{3x - \sin x}\,dx, \qquad \int_3^{+\infty} \frac{\sqrt{x^3+3x}}{x\log x + 3x^3}\,dx.$$

(2) Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\cos x - x^2 + \log x}{\log^4 x + 4x^2 + \sin^2 x}, \qquad \lim_{x\to+\infty} \frac{x^2 + x^4 + 4e^{-x}}{x + 3x^4 + e^{-x}}, \qquad \lim_{x\to 0} \frac{\sin(2x) - 5x}{2x - \sqrt[3]{x^5}}.$$

(3) Sviluppare al 4° ordine in 0 la funzione $f(x) = \sin(2x)\log(1-3x)$. Successivamente calcolare il valore di $\lim_{x\to0}(f(x) + 6x^2 + 9x^3)/x^4$.

(4) Per ciascuna delle seguenti funzioni si determinino gli eventuali punti estremanti:

$$f(x) = \frac{3x^2 - 3x - 1}{x+2}\ , \qquad g(x) = (4x-1)e^{2x}.$$

(5) L'equazione $2x^4 + 6x - 5 = 0$ ha una sola soluzione nell'intervallo $(0,1)$. Usando l'algoritmo di Newton determinare la rappresentazione decimale corretta fino alla seconda cifra di tale numero.

(6) Calcolare il valore dei seguenti integrali generalizzati:

$$\int_0^1 \frac{2x^2 - 3x + 2}{\sqrt[4]{x}}\,dx, \qquad \int_1^{+\infty} \frac{2}{6x^2 + 5x + 1}\,dx.$$

(7) Calcolare i seguenti integrali:

$$\int_1^3 (2x-5)\log x\ dx, \qquad \int_0^1 (5x^4 - 2x^3 + 2x^2 - x)\ dx, \qquad \int_0^1 \frac{8x^2 - 5x + 1}{4x+3}\,dx.$$

(8) Determinare l'equazione della retta tangente al grafico della funzione $f(x) = \frac{2x^3 - x + 2}{2x^2 - 1}$ nel punto di ascissa $x = 1$.