

Corso di Matematica per CTF

G. Molteni e D. Matessi

Appello: 07.06.2012

Il candidato risolve almeno tre tra i seguenti quesiti.

- (1) Determinare l'equazione della retta che nel punto di ascissa $x = 3$ è tangente al grafico della funzione $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 5}$.
- (2) Su un spazio campionario Ω sono date due variabili aleatorie X, Y la cui tabella di probabilità è la seguente:

$X \backslash Y$	-1	2
-1		
0		$2/5$
1	$1/6$	

Sapendo che $p(X = -1) = 1/10$, $p(X = 1) = 1/2$ e $p(Y = 2) = 4/5$, determinare il valore delle altre probabilità congiunte. Calcolare poi $M[X]$, $M[Y]$, $\text{Var}[X]$, $\text{Var}[Y]$ e $\text{Var}[-X - 5Y]$. Si calcolino inoltre le seguenti probabilità condizionate: $P(X = 1|Y = 2)$ e $P(X = -1|Y = 2)$. Le variabili X e Y sono indipendenti?

- (3) Determinare il valore della soluzione dell'equazione $x^3 + 4x - 1 = 0$ entro la prima cifra decimale usando sia il metodo della bisezione che il metodo di Newton (detto anche metodo della tangente). (**Suggerimento:** verificare che la soluzione esiste, è unica ed è contenuta nell'intervallo $[0, 1]$).

- (4) Derivare le seguenti funzioni:

$$f(x) = \frac{\cos x}{2 + \sin x}, \quad g(x) = \sqrt{x} \log(x^2 + 1), \quad h(x) = e^{x^2 - 7x}.$$

- (5) I valori di una variabile aleatoria X sono distribuiti come una gaussiana di media $\mu = 7$ e varianza $\sigma^2 = 34$. Calcolare le seguenti probabilità:

$$P(X \geq 14), \quad P(X \leq 19) \quad \text{e infine} \quad P(0 \leq X \leq 4).$$

- (6) E' noto che un certo farmaco causa una diminuzione della pressione arteriosa che dipende dal dosaggio secondo una legge lineare, ovvero la diminuzione della pressione y dipende dal dosaggio x secondo la formula $y = b + m \cdot x$. Su un campione di 6 pazienti si hanno i seguenti dati

x in milligrammi	5	8	10	15	18	20
y in millimetri mercurio	12	11	13	16	15	17

Usando il metodo dei minimi quadrati determinare una stima per le costanti m e b . Quale diminuzione di pressione ci si attende con un dosaggio $x = 2$?

- (7) In una particolare specie di farfalle le ali sono di colore bruno nel 98% degli individui e di colore bianco nel rimanente 2%. In un prato abitato da 300 farfalle di questa specie, quale è la probabilità che più di 8 farfalle abbiano le ali bianche? **Si risponda avendo cura di giustificare ogni passaggio.**
- (8) Determinare il valore della costante c in modo che la funzione $f(x) = cx^2$ sia una densità sullo spazio campionario $\Omega = [-1, 1]$. Nello spazio di probabilità trovato calcolare μ , σ^2 , $M[3x + 5]$ e $\text{Var}[3x + 5]$.