

# Corso di Matematica per CTF

G. Molteni e D. Matessi

Appello: 06.07.2012

Il candidato risolve almeno tre tra i seguenti quesiti.

- (1) Determinare l'equazione della retta che nel punto di ascissa  $x = 2$  è tangente al grafico della funzione  $f(x) = (x + 2)^{1/2}(x + 3)^{1/3}$ .
- (2) Su uno spazio campionario  $\Omega$  sono date due variabili aleatorie  $X, Y$  la cui tabella di probabilità è la seguente:

$X \backslash Y$	-2	0	2
-1	1/4		
5		1/4	0

Sapendo che  $p(X = 5) = 3/8$ ,  $p(Y = 0) = 1/2$ , determinare il valore delle altre probabilità congiunte e marginali. Calcolare poi  $M[X]$ ,  $M[Y]$ ,  $\text{Var}[X]$ ,  $\text{Var}[Y]$  e  $\text{Var}[X - 3Y]$ . Le variabili  $X$  e  $Y$  sono indipendenti? Sono correlate?

- (3) Determinare il valore della soluzione dell'equazione  $x^4 + 3x - 1 = 0$  entro la prima cifra decimale usando sia il metodo della bisezione che il metodo di Newton (detto anche metodo della tangente). (**Suggerimento:** verificare che la soluzione esiste, è unica ed è contenuta nell'intervallo  $[0, 1]$ ).

- (4) Derivare le seguenti funzioni:

$$f(x) = \frac{x+1}{x-1} + \frac{x-1}{x+1}, \quad g(x) = \sqrt{x + \sqrt{x}}, \quad h(x) = (x+1) \log(x-1) + (x-1) \log(x+1).$$

- (5) I valori di una variabile aleatoria  $X$  sono distribuiti come una gaussiana di media  $\mu = 100$  e varianza  $\sigma^2 = 49$ . Calcolare le seguenti probabilità:

$$P(X \geq 90), \quad P(X \leq 105) \quad \text{e infine} \quad P(80 \leq X \leq 90).$$

- (6) È noto che la grandezza  $Y$  dipende da  $X$  tramite una legge della forma  $Y = mX + q$ , dove  $m$  e  $q$  sono parametri sperimentali. Eseguendo l'esperimento per sei valori diversi di  $X$  si ottengono le seguenti misure per  $Y$ :

$X$	1.2	2.6	4.8	7.2	8.7	10.4
$Y$	3.4	4.7	6.3	9.1	10.2	12.1

Usando il metodo dei minimi quadrati determinare una stima per le costanti  $m$  ed  $q$ . In base al modello così ottenuto, qual valore di  $Y$  è lecito aspettarsi per  $X = 14.2$ ?

- (7) Una moneta equilibrata viene lanciata 500 volte. Calcolare la probabilità che il numero di teste sia minore di 230. **Si risponda avendo cura di giustificare ogni passaggio.**

- (8) Sono dati due eventi  $A$  e  $B$  per i quali sono noti i seguenti fatti:

$$p(B|A) = 4/5, \quad p(B^c) = 1/5, \quad p(A \cup B) = 5/6.$$

Calcolare la probabilità di  $A$  e di  $B$ . Gli eventi  $A$  e  $B$  sono indipendenti?