

I seguenti quesiti ed il relativo svolgimento sono coperti dal diritto d'autore, pertanto essi non possono essere sfruttati a fini commerciali o di pubblicazione editoriale senza autorizzazione esplicita e scritta dell'autore. Ogni abuso sarà perseguito a termini di legge dal titolare del diritto.

Corso di Ist. di Matematiche per Farmacia

G. Molteni

Prima prova: versione D

Il candidato risolva almeno tre tra i seguenti quesiti.

(1) La funzione $f(x) = x^5 + 2x^3 + x$ è monotona? E' strettamente monotona?

(2) Determinare l'esistenza dei seguenti integrali generalizzati:

$$\int_1^{+\infty} \frac{x+1}{x+3\log(x+1)} dx, \quad \int_0^{+\infty} \frac{x-\sqrt{x}}{2x^3} dx, \quad \int_4^{+\infty} \frac{x+\sin x}{x^4+3x^2+1} dx.$$

(3) Determinare l'equazione della retta tangente al grafico della funzione $f(x) = (3x+2)\log x$ nel punto di ascissa $x = 1$.

(4) Il candidato risponda alle seguenti domande:

La funzione $f(x) = x^3 + x$ è iniettiva?

La funzione $g(x) = x^3 + 2x + \sin x$ è monotona?

La funzione $h(x) = e^x + e^{-4x}$ è convessa?

(5) Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2\log x - x^3}{x^4 + x^2 + 1}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sin(\log x)}{x + \cos(\log x)}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x^2)}{x^2 - \sqrt{x}}.$$

(6) Derivare le seguenti funzioni:

$$f(x) = -x^3 + \frac{5}{x-2}, \quad g(x) = \sin(x^2 + x), \quad h(x) = \frac{x - \log x}{x + \log x}.$$

(7) Calcolare i seguenti integrali:

$$\int_1^2 x^2 - x^3 + x dx, \quad \int_0^1 \frac{x-1}{2x+1} dx, \quad \int_0^1 (2x+1)e^x dx.$$