

# Corso di Ist. di Matematiche per Farmacia

G. Molteni, D. Poggioli

Appello: 23.11.2012

Il candidato risolva almeno tre tra i seguenti quesiti.

- (1) Calcolare i seguenti integrali:

$$\int_1^2 \frac{1 + 2x^3 - x^6}{x^5} dx, \quad \int_0^2 \frac{e^x}{1 + e^{2x}} dx, \quad \int_0^\pi x \cos x dx.$$

- (2) Derivare le seguenti funzioni:

$$f(x) = 5 + x - \sqrt{x^2 + 1}, \quad g(x) = \frac{1 + x + x^2}{\log(1 + x + x^2)}, \quad h(x) = e^{2e^x} - 1$$

- (3) Determinare l'equazione della retta che nel punto di ascissa  $x = 1$  è tangente al grafico della funzione  $f(x) = e^x + \log x$ .

- (4) Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^x - x^3}{3 \cdot 2^x + 4 \log x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(3 + x) \sin 2x}{x \log(1 + x)}.$$

- (5) Su un spazio campionario  $\Omega$  sono date due variabili aleatorie  $X, Y$  la cui tabella di probabilità è la seguente:

$X \backslash Y$	3	0	1
1		1/4	
3	1/8		0

Sapendo che  $p(X = 3) = 3/8$ ,  $p(Y = 1) = 1/4$ , determinare il valore delle altre probabilità congiunte e marginali. Calcolare poi  $M[X]$ ,  $M[Y]$ ,  $\text{Var}[X]$  e  $\text{Var}[Y]$ . Le variabili  $X$  e  $Y$  sono indipendenti? Sono correlate?

- (6) Consideriamo 3 urne, la prima contiene 2 palline bianche e 3 nere, la seconda contiene 4 palline bianche e 1 nera; la terza contiene 3 palline bianche e 4 nere.
- Si sceglie a caso un'urna e si estrae una pallina bianca. Qual è la probabilità che questa provenga dalla prima urna?
  - Si ripongono tutte le palline in un'unica urna. Se ne estraggono poi 5 senza reimmissione. Calcola la probabilità che 3 siano bianche e che 2 siano nere.
- (7) In una vasta regione pianeggiante sono distribuite 40000 querce. Per studiare il territorio la regione è suddivisa in 10000 zone. Sapendo che la distribuzione di piante su un territorio può essere studiata utilizzando la distribuzione di Poisson,
- qual è la probabilità di trovare esattamente 2 querce in una zona scelta a caso?
  - Qual è la probabilità di trovarne meno di 4?
- (8) I valori di una variabile aleatoria  $X$  sono distribuiti come una gaussiana di media  $\mu = 27$  e varianza  $\sigma^2 = 2.25$ . Calcolare le seguenti probabilità:

$$P(X \geq 31.5), \quad P(X \leq 24.5) \quad \text{e infine} \quad P(26 \leq X \leq 29).$$