

Corso di Ist. di Matematiche per Farmacia

G. Molteni, D. Poggioli

Appello: 12.9.2012

Il candidato risolva almeno tre tra i seguenti quesiti.

- (1) Determinare le seguenti primitive:

$$\int \left(\frac{1}{\sqrt{x^3}} + \frac{3}{x-4} + 3x^5 \right) dx, \quad \int \frac{x^3 - 3x^2 + x - 2}{x-1} dx, \quad \int \left(\frac{1}{\sqrt{x-1}} + \frac{1}{\sqrt{x+1}} \right) dx.$$

- (2) Derivare le seguenti funzioni:

$$f(x) = 1 + x^2 - \sqrt{x} + 2\sqrt[3]{x}, \quad g(x) = \log(1 + x + x^2 + x^3), \quad h(x) = \frac{x^3 + x^2 + 1}{x^3 - 2}.$$

- (3) Determinare l'equazione della retta che nel punto di ascissa $x = 2$ è tangente al grafico della funzione $f(x) = \frac{3x^2 + x}{x^2 - 3}$.

- (4) Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin^2 x}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x - e^{2x} + 1}{3e^x + 5e^{2x} + \sqrt{x}}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x \log(1+x)}{x^2 + 3x^3}.$$

- (5) Su uno spazio campionario Ω sono date due variabili aleatorie X, Y la cui tabella di probabilità è la seguente:

$X \backslash Y$	-3	0	3	
-3	1/18			
0	2/18		0	1/3
3			3/18	1/2
	5/18		4/18	

Determinare il valore delle altre probabilità congiunte e marginali; calcolare poi $M[X]$, $M[Y]$, $\text{Var}[X]$, $\text{Var}[Y]$. Sapendo che $Y = 0$, qual è la probabilità che anche X valga 0?

- (6) Un dado a 8 facce numerate da 1 a 8 è stato costruito in modo che le facce pari siano equiprobabili così come quelle dispari, e che la faccia 1 abbia probabilità doppia della faccia 2. Il giocatore lancia il dado una volta e vince quando esce 1 o 3 (quindi perde in tutti gli altri casi). Qual è la sua probabilità di vincere? Supponendo che il giocatore giochi 90 partite, qual è la sua probabilità di vincerne almeno 32?
- (7) Un otorino sa che di solito il dolore all'orecchio è determinato dall'otite, tuttavia esso può essere sintomo anche di una tonsillite acuta, di una disfunzione dell'articolazione temporo-mandibolare o di un tumore faringeo. Sulla base della sua esperienza sa che $p(\text{tonsillite acuta}) = 0.65$, $p(\text{disfunzione dell'articolazione}) = 0.34$ e $p(\text{tumore faringeo}) = 0.01$. Egli inoltre sa che la tonsillite acuta provoca dolore all'orecchio nel 21% dei casi, che la disfunzione dell'articolazione temporo-mandibolare provoca dolore all'orecchio nel 44% dei casi e infine che il dolore all'orecchio può comparire anche nel 20% dei pazienti con tumore faringeo. In presenza di un paziente che non ha l'otite e che presenta il sintomo "dolore all'orecchio", qual è la causa più probabile tra le tre sopraindicate?
- (8) I valori di una variabile aleatoria X sono distribuiti come una gaussiana di media $\mu = 150$ e varianza $\sigma^2 = 49$. Calcolare le seguenti probabilità:

$$P(X \geq 140.2), \quad P(X \leq 145.3) \quad \text{e infine} \quad P(142.5 \leq X \leq 159.5).$$