

Corso di Ist. di Matematiche per Farmacia

G. Molteni, D. Poggioli

Appello: 13.09.2013

Il candidato risolva almeno tre tra i seguenti quesiti.

(1) Calcolare:

$$\int \left(\sqrt{x} - \frac{1}{3+2x} + x^4 \right) dx, \quad \int \frac{x^3 - 2x^2 + 4}{2x + 3} dx, \quad \int \frac{\sin(1/x)}{x^2} dx.$$

(2) Derivare le seguenti funzioni:

$$f(x) = x\sqrt{\sin x}, \quad g(x) = \frac{x^3 - 3\sqrt{x}}{x^2 - \sqrt{x}}, \quad h(x) = \frac{x^4 - 3x + 2}{x^3 - x + 1}.$$

(3) Determinare l'equazione della retta che nel punto di ascissa $x = 2$ è tangente al grafico della funzione $f(x) = \frac{1}{x-1} - \frac{4}{x-5}$.

(4) Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + e^x}{2x^2 + xe^x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\cos x + 1)^2 (\sin x)^3}{x \log(1 + x^2)}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(2x - \sin x) \log(1 + 3x)}{1 - \cos x}.$$

(5) La fertilizzazione dei fiori di una certa pianta è stata controllata in modo da ottenere dei semi, all'apparenza uguali, che però hanno le probabilità $1/4$, $1/2$, $1/4$ di produrre nuove piante con fiore rispettivamente rosso, giallo e bianco. Quattro semi scelti a caso producono piante che sono tutte coltivate fino alla fioritura. Calcola la probabilità che:

- a) Si ottengano le prime due piante con fiore bianco, la terza con fiore rosso e la quarta con fiore giallo;
- b) Si ottengano due piante con fiore giallo e due non giallo;
- c) Si ottengano almeno due piante con fiore giallo.

(6) Sia data la variabile aleatoria F uniforme su $\Omega = [0, 1]$, cioè con funzione di densità di probabilità $f_F(x) = 1$ quando $x \in [0, 1]$ e $f_F(x) = 0$ quando $x \notin [0, 1]$. Si considerino gli eventi:

$$A := \{0.1 < F < 0.4\} \quad B := \{0.25 < F < 0.55\}.$$

Gli eventi A e B sono indipendenti?

(7) Il tempo per una certa procedura meccanica in un'azienda può essere considerato una variabile casuale normale con media 32 minuti e deviazione standard 3.5 minuti. Si trovi la probabilità che osservando casualmente una tale procedura il tempo impiegato sia:

- a) minore di 25 minuti; b) compreso fra 26 e 33 minuti; c) compreso fra 25 e 28 minuti.

(8) In una regione dell'Africa il 30% della popolazione è formata da Watussi mentre il restante 70% da Pigmei. L' 80% dei Watussi ha una statura superiore a 1.7 metri mentre solo l'1% dei Pigmei ha una statura che supera tale valore.

Un turista, in visita al paese, incontra per caso una persona la cui statura è superiore a 1.7 metri; si determini la probabilità che essa appartenga al gruppo dei pigmei.