Corso di Ist. di Matematiche per Farmacia

G. Molteni, D. Poggioli

Appello: 23.04.2013

Il candidato risolva almeno tre tra i seguenti quesiti.

(1) Calcolare:

$$\int \left(2\sqrt[3]{x} - \frac{1}{x^3} + 5x^3\right) dx, \qquad \int \frac{\log x}{x}\, dx, \qquad \int \left(\frac{1}{3x-2} + \frac{1}{x-5}\right) dx.$$

(2) Derivare le seguenti funzioni:

$$f(x) = \sqrt{3x-6}, \qquad g(x) = \frac{e^x}{e^x - 1}, \qquad h(x) = \frac{x^3 + x - 1}{x^2 - x + 1}.$$

(3) Determinare l'equazione della retta che nel punto di ascissa $x = 2$ è tangente al grafico della funzione $f(x) = \frac{\sqrt{x+2}}{x-1}$.

(4) Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{1 - 2\sqrt{x}\log x + x^2}{2x\log x - 7x^2 - \sqrt{x}}, \qquad \lim_{x\to 0} \frac{\sin x \log(1+3x)}{(e^{3x}-1)^2}, \qquad \lim_{x\to 0} \frac{e^x - 1 - x - \frac{1}{2}x^2}{x^3 \log(2-x)}.$$

(5) Una spazio di probabilità di tipo continuo ha l'intervallo $[2, 4]$ come spazio campionario, e la funzione $f(x) = \frac{x^3}{60}$ come densità. Si calcoli media μ e varianza σ^2. Qual è la probabilità che questo spazio assegna all'evento $[\frac{5}{2}, \frac{7}{2}]$?

(6) X è una variabile aleatoria la cui distribuzione è di Poisson con parametro (ignoto) λ. Si sa però che $p(X = 1) = 2p(X = 0)$. Determinare λ. Calcolare poi $p(X = 2)$ e $p(X \in [3, 5])$.

(7) I valori di una variabile aleatoria X sono distribuiti come una gaussiana di media $\mu = 50$ e varianza $\sigma^2 = 9$. Calcolare le seguenti probabilità:

$$P(X \geq 49), \quad P(X \leq 55) \quad \text{e infine} \quad P(47.2 \leq X \leq 52.7).$$

(8) Su un spazio campionario Ω sono date due variabili aleatorie X, Y di cui sono note le seguenti probabilità congiunte e marginali:

$X\backslash Y$	2	4	6	
2		1/15	1/30	
-1				2/3
		1/5	1/10	

Completare la tabella delle probabilità congiunte e marginali e calcolare $M[X]$, $M[Y]$ e $M[XY]$. Le variabili X ed Y sono correlate?

(9) Sono date due variabili aleatorie X e Y per le quali è noto che

$$M[3X] = 6, \quad \mathrm{Var}[4X] = 32, \quad M[5Y] = 12, \quad \mathrm{Var}[4Y] = 8, \quad \mathrm{Cov}[X, Y] = 1.$$

Calcolare: $M[X]$, $M[Y]$, $\mathrm{Var}[2X]$, $\mathrm{Var}[3Y]$, $M[2X - 6Y]$, $\mathrm{Var}[2X + Y]$.