Corso di Ist. di Matematiche per Farmacia

G. Molteni, D. Poggioli

Appello: 09.07.2013

Il candidato risolva almeno tre tra i seguenti quesiti.

(1) Calcolare:

$$\int \Big(\frac{2}{\sqrt{x}} - 2x^3 + \sqrt[3]{x}\Big)\,dx, \qquad \int \frac{x^3+3x-4}{x+1}\,dx, \qquad \int \frac{\sqrt{\log x}}{x}\,dx.$$

(2) Derivare le seguenti funzioni:

$$f(x) = \frac{3x^2-x+1}{2x-7}, \qquad g(x) = e^{\sqrt{x}}, \qquad h(x) = \frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x}.$$

(3) Determinare l'equazione della retta che nel punto di ascissa $x = 1$ è tangente al grafico della funzione $f(x) = x^3 \log x$.

(4) Determinare il valore della costante c in modo che la funzione $f(x) = c(x^3 - x^4)$ sia una densità sullo spazio campionario $\Omega = [0, 1]$. Successivamente calcolarne la media μ e la varianza σ^2.

(5) Siano A e B due eventi indipendenti tali che $p(A) = 0.3$, $p(B|A) = 0.6$. Calcolare $p(A \cup B)$.

(6) Un agricoltore ha stimato che il 30% della semente di melone che ha prodotto non germoglierà. Egli vende questa semente in scatole contenenti 50 semi ciascuna. Calcolare la probabilità che una data scatola contenga più di due semi sterili.

(7) I valori di una variabile aleatoria X sono distribuiti come una normale di media $\mu = 30$ e varianza $\sigma^2 = 13$. Calcolare le seguenti probabilità:

$$P(X \geq 24), \quad P(X \leq 35) \quad \text{e infine} \quad P(20 \leq X \leq 32).$$

(8) Su un spazio campionario Ω sono date due variabili aleatorie X, Y di cui sono note le seguenti probabilità congiunte e marginali:

$X\backslash Y$	0	1	2	3	
1	1/18		1/6		1/3
2	1/9	5/18			
		1/3		1/6	

a) Calcolare le probabilità marginali, $M[X]$ e $M[Y]$.
b) Stabilire se le variabili X ed Y sono indipendenti.
c) Calcolare $P(X = 2|Y = 1)$.
d) Calcolare $\mathrm{Cov}[X, Y]$ e $M[X - 2Y]$.