

Corso di Ist. di Matematiche per Farmacia

G. Molteni, D. Poggioli

Appello: 22.02.2013 versione (A)

Il candidato risolva almeno tre tra i seguenti quesiti.

(1) Calcolare:

$$\int \left(\sqrt[5]{x} + \frac{2}{x^2} + e^{x-1} \right) dx, \quad \int \frac{\sin x}{2 + \cos x} dx, \quad \int \frac{1}{x^2 + 6x + 5} dx.$$

(2) Derivare le seguenti funzioni:

$$f(x) = \sqrt{e^x - 1} - 2x^2, \quad g(x) = \frac{\cos x}{x^2 + 1}, \quad h(x) = \frac{2x^4 - 2x + 1}{x^2 - 2x + 1}.$$

(3) Determinare l'equazione della retta che nel punto di ascissa $x = 4$ è tangente al grafico della funzione $f(x) = \frac{7x - \sqrt{x}}{2x - 10}$.

(4) Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \sqrt{x} + e^{-x}}{2x \log x - \sqrt{x}}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \log(1 + 3x)}{e^{x^2} - 1}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x}{2x^2}.$$

(5) Un test medico per la ricerca di un dato enzima è affidabile al 95%, ovvero esso produce una segnalazione errata con probabilità 0.05. Calcolare la probabilità che impiegando questo test su 1000 campioni esso dia luogo a più di 54 segnalazioni errate **avendo cura di giustificare ogni passaggio**.

(6) I valori di una variabile aleatoria X sono distribuiti come una **binomiale** di media $\mu = 6$ e varianza $\sigma^2 = 2$; con quale probabilità X assume valori minori di 2? E con quale probabilità assume valori maggiori di 8?

(7) Determinare il valore della costante c in modo che la funzione $f(x) = c(4 - x^2)$ sia una densità sullo spazio campionario $\Omega = [0, 2]$. Nello spazio così individuato calcolare poi la media e la varianza della variabile aleatoria $g(x) = 3x - 2$.

(8) Il Ministero della salute riferisce che la probabilità di avere l'HIV nella popolazione a rischio è del 16%. Un test di screening con sensibilità pari al 90% ha fornito 6570 esiti negativi in un campione di 9000 soggetti.

- Calcolare il valore predittivo del test.
- Calcolare la specificità del test.
- Quanti falsi negativi mi aspetto nel campione in esame?

Corso di Ist. di Matematiche per Farmacia

G. Molteni, D. Poggioli

Appello: 22.02.2013 versione (B)

Il candidato risolva almeno tre tra i seguenti quesiti.

(1) Calcolare:

$$\int \left(3e^{x-1} - \frac{1}{x^3} + \sqrt[4]{x} \right) dx, \quad \int \frac{\cos x}{3 - \sin x} dx, \quad \int \frac{1}{x^2 - 4x - 5} dx.$$

(2) Derivare le seguenti funzioni:

$$f(x) = \sqrt{3 - e^x} + x^2, \quad g(x) = \frac{e^x}{x^2 + 1}, \quad h(x) = \frac{2x^3 - 3x + 1}{x^2 - 3x + 1}.$$

(3) Determinare l'equazione della retta che nel punto di ascissa $x = 9$ è tangente al grafico della funzione $f(x) = \frac{3x - \sqrt{x}}{x - 6}$.

(4) Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2\sqrt{x} + 3x \log x}{\sqrt{x} + e^{-x} + 1}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^x - 1) \sin x}{1 - \cos x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2}{e^x - x - 1}.$$

(5) Un test medico per la ricerca di un dato enzima è affidabile al 92%, ovvero esso produce una segnalazione errata con probabilità 0.08. Calcolare la probabilità che impiegando questo test su 1200 campioni esso dia luogo a meno di 100 segnalazioni errate **avendo cura di giustificare ogni passaggio**.

(6) I valori di una variabile aleatoria X sono distribuiti come una **binomiale** di media $\mu = 8$ e varianza $\sigma^2 = 1.6$; con quale probabilità X assume valori minori di 3? E con quale probabilità assume valori maggiori di 8?

(7) Determinare il valore della costante c in modo che la funzione $f(x) = c(3 - 2x^2)$ sia una densità sullo spazio campionario $\Omega = [0, 1]$. Nello spazio così individuato calcolare poi la media e la varianza della variabile aleatoria $g(x) = 3x + 1$.

(8) Il Ministero della salute riferisce che la probabilità di avere l'HIV nella popolazione a rischio è del 26%. Un test di screening con sensibilità pari al 95% ha fornito 4370 esiti negativi in un campione di 6000 soggetti.

- Calcolare il valore predittivo del test.
- Calcolare la specificità del test.
- Quanti falsi negativi ci si aspetta nel campione in esame?