

Corso di Ist. di Matematiche per Farmacia

G. Molteni, D. Poggioli

Appello: 22.01.2013 versione (A)

Il candidato risolva almeno tre tra i seguenti quesiti.

(1) Calcolare:

$$\int \left(\cos x + \frac{3}{\sqrt{x}} + e^{2x} \right) dx, \quad \int \frac{2x^3}{1+x^4} dx, \quad \int \frac{e^x}{2+e^x} dx.$$

(2) Derivare le seguenti funzioni:

$$f(x) = x - \sqrt{x^2 + 3x + 1}, \quad g(x) = \frac{x^2}{1 + \sin x}, \quad h(x) = \tan(\sqrt{x}).$$

(3) Determinare l'equazione della retta che nel punto di ascissa $x = 1$ è tangente al grafico della funzione $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{2x+3}$.

(4) Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3^x + 5^x}{4 \cdot 3^x - 2 \cdot 5^x + x^5}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(2+x) \log(1+x)}{\sin(2x) \cos(4x)}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x \cos x}{(\sin x)^3}.$$

(5) Su un spazio campionario Ω sono date due variabili aleatorie X, Y la cui tabella di probabilità è la seguente:

$Y \backslash X$	0	1	2
1	0.25	0	0.25
2	0.15	0	0.15
3	0	0.2	0

- (a) Stabilire se le variabili X e Y sono indipendenti.
- (b) Calcolare $p(Y \geq 2, X > 0)$ e $p(Y \geq 2 | X > 0)$.
- (c) Calcolare la media della variabile aleatoria $Z = X - 2Y$.

(6) La probabilità che in una certa razza canina si presenti un cucciolo nero è pari a 0.75 e quella che si presenti un cucciolo rosso è pari a 0.25.

- a) In una cucciolata di 6 cani qual è la probabilità:
 - i) di avere tutti i cuccioli neri?
 - ii) di avere almeno 2 cuccioli neri?
- b) Mediamente, quanti cani su 8 sono neri?

(7) Siano A e B due eventi. Se $P(A) = \frac{2}{13}$ e $P(B) = \frac{1}{4}$ e $A \subset B$, determinare $P(A|B)$ e $P(B|A)$. A e B sono indipendenti? Perché?

(8) Supponiamo che il quoziente intellettivo (QI) degli adulti sia distribuito normalmente con media $\mu = 100$ e varianza $\sigma^2 = 225$. Calcolare la probabilità che un adulto selezionato a caso abbia un QI

- (a) minore di 115.
- (b) compreso fra 90 e 110.

Corso di Ist. di Matematiche per Farmacia

G. Molteni, D. Poggioli

Appello: 22.01.2013 versione (B)

Il candidato risolva almeno tre tra i seguenti quesiti.

(1) Calcolare:

$$\int \left(\sin x + \frac{2}{\sqrt{x}} + e^{3x} \right) dx, \quad \int \frac{3x^5}{1+x^6} dx, \quad \int \frac{e^x}{3+e^x} dx.$$

(2) Derivare le seguenti funzioni:

$$f(x) = x + \sqrt{x^2 - 4x + 3}, \quad g(x) = \frac{x^2}{1 + \tan x}, \quad h(x) = \cos(\sqrt{x}).$$

(3) Determinare l'equazione della retta che nel punto di ascissa $x = 4$ è tangente al grafico della funzione $f(x) = \frac{2+\sqrt{x}}{x+3}$.

(4) Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^x + 3^x}{3 \cdot 2^x - 5 \cdot 3^x + x^4}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(3+x) \log(1+2x)}{\sin x \cdot \cos(4x)}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x \cos x}{(\sin 2x)^3}.$$

(5) Su un spazio campionario Ω sono date due variabili aleatorie X, Y la cui tabella di probabilità è la seguente:

$Y \backslash X$	0	1	2
1	0.3	0	0.1
2	0	0.25	0
3	0.2	0	0.15

- (a) Stabilire se le variabili X e Y sono indipendenti.
- (b) Calcolare $p(Y \geq 2, X > 0)$ e $p(Y \geq 2 | X > 0)$.
- (c) Calcolare la media della variabile aleatoria $Z = X - 2Y$.

(6) La probabilità che in una certa razza canina si presenti un cucciolo nero è pari a 0.75 e quella che si presenti un cucciolo rosso è pari a 0.25.

- a) In una cucciolata di 4 cani qual è la probabilità:
 - i) di avere tutti i cuccioli rossi?
 - ii) di avere almeno 2 cuccioli rossi?
- b) Mediamente, quanti cani su 4 sono rossi?

(7) Siano A e B due eventi. Se $P(A) = \frac{3}{11}$ e $P(B) = \frac{1}{2}$ e $A \subset B$, determinare $P(A|B)$ e $P(B|A)$. A e B sono indipendenti? Perché?

(8) Supponiamo che il quoziente intellettivo (QI) degli adulti sia distribuito normalmente con media $\mu = 100$ e varianza $\sigma^2 = 225$. Calcolare la probabilità che un adulto selezionato a caso abbia un QI

- (a) maggiore di 115.
- (b) compreso fra 80 e 120.

Corso di Ist. di Matematiche per Farmacia

G. Molteni, D. Poggioli

Appello: 22.01.2013 versione (C)

Il candidato risolva almeno tre tra i seguenti quesiti.

(1) Calcolare:

$$\int \left(\frac{4}{\sqrt{x}} - \cos x + e^{4x} \right) dx, \quad \int \frac{2x^4}{1+x^5} dx, \quad \int \frac{e^x}{e^x + 4} dx.$$

(2) Derivare le seguenti funzioni:

$$f(x) = x + \sqrt{x^2 - 5x + 6}, \quad g(x) = \frac{x^2}{1 + \cos x}, \quad h(x) = \log(\sqrt{x}).$$

(3) Determinare l'equazione della retta che nel punto di ascissa $x = 4$ è tangente al grafico della funzione $f(x) = \frac{\sqrt{x-3}}{2x-1}$.

(4) Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^x - 5^x}{x^3 + 2^x - 3 \cdot 5^x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(3x) \sin(2x)}{\log(1+x) \log(3+x)}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{(\sin 3x)^3}.$$

(5) Su un spazio campionario Ω sono date due variabili aleatorie X, Y la cui tabella di probabilità è la seguente:

$Y \backslash X$	0	1	2
1	0	0	0.2
2	0.25	0.25	0
3	0.15	0.15	0

- (a) Stabilire se le variabili X e Y sono indipendenti.
- (b) Calcolare $p(Y \geq 2, X > 0)$ e $p(Y \geq 2 | X > 0)$.
- (c) Calcolare la media della variabile aleatoria $Z = X - 2Y$.

(6) La probabilità che in una certa razza canina si presenti un cucciolo nero è pari a 0.65 e quella che si presenti un cucciolo rosso è pari a 0.35.

- a) In una cucciolata di 5 cani qual è la probabilità:
 - i) di avere tutti i cuccioli neri?
 - ii) di avere almeno 2 cuccioli neri?
- b) Mediamente, quanti cani su 20 sono neri?

(7) Siano A e B due eventi. Se $P(A) = \frac{4}{15}$ e $P(B) = \frac{1}{3}$ e $A \subset B$, determinare $P(A|B)$ e $P(B|A)$. A e B sono indipendenti? Perché?

(8) Supponiamo che il quoziente intellettivo (QI) degli adulti sia distribuito normalmente con media $\mu = 100$ e varianza $\sigma^2 = 225$. Calcolare la probabilità che un adulto selezionato a caso abbia un QI:

- (a) minore di 130.
- (b) compreso fra 80 e 110.

Corso di Ist. di Matematiche per Farmacia

G. Molteni, D. Poggioli

Appello: 22.01.2013 versione (D)

Il candidato risolva almeno tre tra i seguenti quesiti.

(1) Calcolare:

$$\int \left(e^{5x} - \frac{2}{\sqrt{x}} - \sin x \right) dx, \quad \int \frac{2x^2}{1+x^3} dx, \quad \int \frac{e^x}{e^x + 5} dx.$$

(2) Derivare le seguenti funzioni:

$$f(x) = x - \sqrt{x^2 + 5x - 1}, \quad g(x) = \frac{x^2}{1 + \log x}, \quad h(x) = \sin(\sqrt{x}).$$

(3) Determinare l'equazione della retta che nel punto di ascissa $x = 1$ è tangente al grafico della funzione $f(x) = \frac{3+\sqrt{x}}{x-4}$.

(4) Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3^x - 5^x}{2 \cdot x^5 - 4 \cdot 5^x + 7 \cdot 3^x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x \cos(3x)}{\log(1+2x) \log(2+x)}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{(\sin 4x)^3}.$$

(5) Su un spazio campionario Ω sono date due variabili aleatorie X, Y la cui tabella di probabilità è la seguente:

$Y \backslash X$	0	1	2
1	0	0.25	0
2	0.1	0	0.3
3	0.15	0	0.2

- (a) Stabilire se le variabili X e Y sono indipendenti.
- (b) Calcolare $p(Y \geq 2, X > 0)$ e $p(Y \geq 2 | X > 0)$.
- (c) Calcolare la media della variabile aleatoria $Z = X - 2Y$.

(6) La probabilità che in una certa razza canina si presenti un cucciolo nero è pari a 0.65 e quella che si presenti un cucciolo rosso è pari a 0.35.

- a) In una cucciolata di 5 cani qual è la probabilità:
 - i) di avere tutti i cuccioli rossi?
 - ii) di avere almeno 2 cuccioli rossi?
- b) Mediamente, quanti cani su 40 sono rossi?

(7) Siano A e B due eventi. Se $P(A) = \frac{2}{7}$ e $P(B) = \frac{1}{3}$ e $A \subset B$, determinare $P(A|B)$ e $P(B|A)$. A e B sono indipendenti? Perché?

(8) Supponiamo che il quoziente intellettivo (QI) degli adulti sia distribuito normalmente con media $\mu = 100$ e varianza $\sigma^2 = 225$. Calcolare la probabilità che un adulto selezionato a caso abbia un QI

- (a) maggiore di 130.
- (b) compreso fra 90 e 120.