

## PROGETTO SAM (ANALISI MATEMATICA I)

Il terzo incontro avrà luogo **lunedì** 24 marzo alle ore **16.30** in aula **6** del Dipartimento di Matematica. Esso sarà dedicato alla discussione della convergenza di serie numeriche.

Gli esercizi sottoelencati saranno tra quelli svolti in aula; si invitano gli studenti a tentare di risolverli in anticipo.

**Esercizio 1.** Discutere al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$  la convergenza delle seguenti serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left( \sin \frac{1}{n} - \frac{1}{n^\alpha} \right), \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n^\alpha \sqrt{\log n}}, \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \exp\left(\frac{\alpha^n}{n}\right), \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(n+1)^\alpha - (n-1)^\alpha}{n}, \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{n+1}{n^\alpha+1}\right)^n.$$

**Esercizio 2.** Determinare il valore della serie seguente approssimato a meno di  $10^{-2}$ :

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \sin\left(n\pi + \frac{1}{n}\right), \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n n}{100 + n^2}.$$

**Esercizio 3.** Sia  $F(y) := \int_{2y}^{3y} (1+t^2)^{-3/4} dt$ .

Verificare che  $F$  è definitivamente decrescente e stabilire il carattere delle serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} F(n), \quad \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n F(n).$$

Determinare poi il valore della serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n F(n)$  approssimato a meno di  $10^{-2}$ .

**Esercizio 4.** Discutere la convergenza delle seguenti serie trigonometriche (suggerimento: stabilire il comportamento di  $\sin(n)$ ).

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \sin(n), \quad \sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \sin(n), \quad \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\sin(n)}{n}.$$

**Esercizio 5.** Discutere la convergenza delle seguenti serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(2n)!}{(n!)^2}, \quad \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(2n)!}{4^n (n!)^2}.$$