Progetto SAM - Analisi Matematica I

Incontro del **30 giugno 2003**
ore 9.30, aula 6, Dip. di Matematica

Argomento: Esercizi vari

Gli esercizi sottoelencati saranno tra quelli svolti in aula; sarebbe utile, per gli studenti, provare a risolverli in anticipo.

1]Determinare gli estremanti liberi delle seguenti funzioni:

$$f(x,y) = y^2 - y + x^2 \log y, \qquad g(x,y) = x^2 e^{xy} + y.$$

2]Al variare di $a \in \mathbb{R}$ sia $r_n := \log(n + n^a) - \log n$. Determinare per quali a le serie seguenti convergono **separatamente**. Determinare poi per quali a le serie convergono **contemporaneamente**.

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{r_n}{\log n}, \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{r_n}{n}, \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{r_n}{r_n^2 + r_n + 1}.$$

3]Stabilire l'esistenza del seguente integrale generalizzato al variare di $a \in \mathbb{R}$.

$$\int_0^{+\infty} \frac{x \log^2 x - \sin x + \sqrt{x + x^a}}{\sqrt[3]{x - x^a}}\, dx.$$

4]Studiare le seguenti funzioni integrali.

$$F(x) := \int_1^x \frac{t^2 - 3}{t - e^t}\, dt, \qquad F(x) := \int_0^x \frac{|t^2 - 4| + 1}{|t - 9| + 1}\, dt, \qquad F(x) := \int_1^x \frac{t - 1}{\sqrt{t} + t^3}\, dt.$$

5]Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - 5y' + 6y = 3x + 1 + 2e^{2x} \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$$

5]Tra le soluzioni $y = y(x)$ dell'equazione

$$9y'' - 9y' + 2y = 2xe^{x/4}$$

individuare quelle, se ce ne sono, per le quali $\lim_{x \to +\infty} y(x)e^{-x/3}$ esiste ed è finito.

6]Al variare dei parametri $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, calcolare

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{n(\log n)^\alpha + n^\beta}{n + n^\alpha - n^\beta}$$