

Progetto SAM - Analisi Matematica I

Incontro del **3 giugno 2003**
ore 16.30, aula 6, Dip. di Matematica

Argomento: Esercizi vari

Gli esercizi sottoelencati saranno tra quelli svolti in aula; sarebbe utile, per gli studenti, provare a risolverli in anticipo.

1] Determinare gli estremanti liberi delle seguenti funzioni:

$$f(x, y) = \frac{3 - y^2}{1 + x^4 y}, \quad g(x, y) = x^2 - 3xy + 4y^2 - x^4.$$

2] Indagare la convergenza della seguente serie al variare di $a \in \mathbb{R}$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{\log(1+n) - a \log(n^2+n)}{n} \right].$$

3] Stabilire l'esistenza del seguente integrale generalizzato al variare di $a \in \mathbb{R}$.

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sqrt[4]{x+x^2} - \sqrt{x}}{x+x^a} dx.$$

4] Sviluppare al 4° ordine in $x = 0$ e con resto di Peano la seguente funzione:

$$F(x) = \int_0^x \frac{\sin^2 u}{u - u^2} \log(1+2u) du.$$

Calcolare poi i limiti seguenti:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{F(x)}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{F(x) - x^2}{x^3}.$$

5] Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} (1+x)y' = y^2 \\ y(0) = y_0. \end{cases}$$

6] Al variare dei parametri $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n + e^{\alpha n}}{\beta n - n^2}$$