

## PROGETTO SAM (ANALISI MATEMATICA I)

Il secondo incontro avrà luogo **lunedì** 10 marzo alle ore **16.30** in aula **6** del Dipartimento di Matematica. Esso sarà dedicato all'esistenza di integrali impropri e studio di funzioni integrali.

Gli esercizi sottoelencati saranno tra quelli svolti in aula; sarebbe utile, per gli studenti, provare a risolverli in anticipo.

**Esercizio 1.** Discutere al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$  l'esistenza degli integrali seguenti

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sin \sqrt{x}}{x^\alpha} dx, \quad \int_0^\alpha \frac{dx}{e^x + x + 1}.$$

**Esercizio 2.** Determinare lo sviluppo asintotico per  $x \rightarrow 0$  della seguente funzione:

$$\int_x^1 \frac{\cos u}{ue^u} du.$$

**Esercizio 3.** Determinare lo sviluppo asintotico per  $x \rightarrow 0$  e per  $x \rightarrow +\infty$  della seguente funzione:

$$\int_1^{+\infty} \frac{e^{-xu}}{u} du.$$

**Esercizio 4.** Studiare le seguenti funzioni integrali:

$$\int_0^x \frac{u^2 e^{-|u|}}{1+u^2} du, \quad \int_1^x \frac{du}{u \sqrt{\sin |u|}}$$

**Esercizio 5.** Studiare la seguente funzione integrale; in particolare determinare il comportamento della funzione per  $x \rightarrow 0$  e per  $x \rightarrow 1$ .

$$\int_x^{x^2} \frac{du}{\sqrt{1+u} - \sqrt{1+u^2}}$$

**Esercizio 6.** Studiare la seguente funzione integrale.

$$\int_2^x \frac{du}{\sqrt[3]{\arctan(u^3 \log u)}}.$$

**Esercizio 7.** Sviluppare al quarto ordine con resto di Peano nel punto  $x = 0$  la funzione

$$F(x) = \int_0^x \cos u \log(1-u) du.$$

Determinare poi al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$  il valore del seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^\alpha F(x) + \frac{x^3}{2}}{x^4}.$$