

PROGETTO SAM (ANALISI MATEMATICA I)

Il quinto incontro avrà luogo **lunedì** 5 Maggio alle ore **17.30** in aula **6** del Dipartimento di Matematica. Esso sarà dedicato alla risoluzione di alcune equazioni differenziali di primo e secondo ordine.

Gli esercizi sottoelencati saranno tra quelli svolti in aula; sarebbe utile, per gli studenti, provare a risolverli in anticipo.

Esercizio 1. Risolvere le seguenti equazioni differenziali

$$xy' + y = 1, \quad xy' + y^2 = 1, \quad xy' + y^2 = y, \quad y' = \frac{1+2x}{\log y}, \quad y' = \cos y.$$

Esercizio 2. Risolvere le seguenti equazioni differenziali

$$y' = y \tan x + 1, \quad y' = \frac{x+1}{x} \cdot y - x, \quad y' = 2xy - x^3, \quad y' = \frac{1+y}{1+x} + 1.$$

Esercizio 3. Risolvere i seguenti problemi di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{1+y^2}{x} \\ y(1) = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} y' = \frac{y}{1+x} - x \\ y(0) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y' = \frac{y}{1+x} - x \\ y(2) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y' = e^{x-y} \\ y(0) = 2 \end{cases}$$

Esercizio 3. Risolvere i seguenti problemi di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + y = x \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} -y'' + y' = 1 + 2x \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y'' + 5y' + 6y = x + e^x \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y'' - y' + 2y = 2 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

Esercizio 4. Al variare del parametro $a \in \mathbb{R}$, si consideri la famiglia di funzioni

$$y_a(x) = \frac{ax + 1}{x - a}.$$

- A. determinare l'equazione differenziale del primo ordine in forma normale $y' = f(x, y)$ di cui le funzioni y_a sono soluzioni (osservare che $f(x, y)$ è indipendente da a).
- B. Verificare che le funzioni y_a **non** sono le uniche soluzioni dell'equazione trovata.
- C. Risolvere **ogni** problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = f(x, y) \\ y(x_0) = y_0. \end{cases}$$