Progetto SAM (Analisi Matematica II)

L'incontro previsto per il giorno 29 maggio 2003 dalle ore 16.30 alle ore 18.30 si terrà in aula T del Dipartimento di Fisica. Sarà dedicato a successioni e serie di funzioni e verranno svolti in dettaglio gli esercizi sotto elencati. Si invitano gli studenti interessati a rivedere la teoria e a svolgere gli esercizi proposti.

Esercizi proposti

1) Sia data la funzione

$$F(x,y) = \mathrm{e}^{y+x^3} + (y+x)^3 - 1$$

   i) Dimostrare che esiste un'unica funzione $y : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definita implicitamente dalla relazione $F(x,y) = 0$.

   ii) Tracciare un diagramma qualitativo di tale funzione (limiti alla frontiera, eventuali asintoti, crescere e decrescere, eventuali estremanti. Non è richiesto lo studio della concavità).

2) Disegnare qualitativamente il luogo degli zeri della funzione

$$f(x,y) = \mathrm{e}^x + xy^2\mathrm{e}^{-y} + 1$$

tralasciando le questioni connesse con la concavità.

3) Studiare la funzione definita implicitamente dall'equazione

$$\log(y-x) + y + x = 0$$

e tracciarne il diagramma (insieme di definizione, crescere e decrescere, limiti alla frontiera di tale insieme, concavità, eventuali asintoti, ...).

4) Si consideri la funzione

$$f(x,y) = \mathrm{e}^{y-2x} - (x+2y+1) \ .$$

   a) Calcolare lo sviluppo di Taylor di f relativo al punto iniziale $(1,2)$ e arrestato al differenziale quarto.

   b) Mostrare che, per $x \geq 0$ l'equazione $f(x,y) = 0$ definisce implicitamente una ed una sola funzione $y = \varphi(x)$ con $\varphi(0) = 0$ e tracciare il diagramma di tale funzione.

5) Si consideri l'equazione

$$x \log y - y \log x = 0 \ .$$

a) Determinare , al variare di $x > 0$, quanti differenti valori di y la soddisfano (una soluzione esiste sempre ed è costituita da $y = x$).

b) Dedurre la validità della disuguaglianza $\mathrm{e}^{\pi} > \pi^{\mathrm{e}}$.