

## PROGETTO SAM (ANALISI MATEMATICA II)

Il terzo incontro avrà luogo **lunedì** 17 maggio dalle ore **15.30** alle ore **17.30** nell'aula **4** del Dipartimento di Matematica. Esso sarà dedicato alla teoria della misura.

**Esercizio 1.** Sia

$$f(x, y) = \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{y^2 \sqrt[3]{y/x}}{(3 + x^4 + y^4)^n}.$$

stabilire se tale funzione appartiene a  $L^1(\mathbb{R}^2)$  ed in caso affermativo calcolarne il valore.

**Esercizio 2.** Per quali  $\alpha \geq 0$  la funzione

$$f(x) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{e^{-nx}}{(1 + x^2)^n},$$

appartengono ad  $L^1((\alpha, +\infty))$ ?

**Esercizio 3.** Per quali valori di  $\alpha \in \mathbb{R}$  la funzione

$$f(x, y) = \frac{(x - y)^2}{1 + (x + y)^\alpha}$$

appartiene ad  $L^1(\mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+)$ ?

**Esercizio 4.** Per ogni valore  $\alpha \in \mathbb{R}$  determinare il valore di

$$\int_D x^\alpha y^{\alpha+1} dx dy$$

dove  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ : xy < 1\}$ .

**Esercizio 5.** Per ogni valore  $\alpha \in \mathbb{R}$  stabilire l'esistenza del seguente integrale

$$\int_D \frac{\sqrt{y}}{(x^2 + y^2)^\alpha} dx dy$$

dove  $D := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 < y < 1\}$ ; successivamente calcolarne il valore per  $\alpha = 3/2$ .

**Esercizio 6.** Calcolare il seguente integrale:

$$\int_D \frac{\sqrt{yz/x}}{1 - x^2 - y^2} dx dy dz$$

dove  $D := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 < x < y, 0 < z < 1 - x^2 - y^2\}$ .

**Esercizio 7.** Calcolare il volume della regione

$$D := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (x - 1)^2 + y^2 + z^2 < 1, z^2 - x^2 - y^2 > 0\}.$$