PROGETTO SAM (ANALISI MATEMATICA II)

Il secondo incontro avrà luogo **mercoledi** 26 febbraio dalle ore **17** alle ore **19** nell'aula **E** del Dipartimento di Fisica. Esso sarà dedicato alle equazioni differenziali e in particolare ai problemi di Cauchy per le equazioni del primo ordine (esistenza e unicità della soluzione, soluzione locale, soluzione massimale).

Esercizio 1. Determinare la soluzione locale dei seguenti problemi di Cauchy; discuterne poi l'insieme di definizione massimale

$$\begin{cases} y' = e^y(3x^2+2x) \\ \\ y(0) = \log(1/a) \end{cases} \qquad \begin{cases} y' = (x-1)y^2 \\ \\ y(0) = 1/a \end{cases} \qquad \begin{cases} y' + 2y + y^2 = 0 \\ \\ y(0) = a \end{cases} .$$

Esercizio 2. Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} (x-1)^4 y' - y = 0 \\ \\ y(x_0) = 1 \qquad x_0 \neq 1 \end{cases} ,$$

i)determinarne la soluzione locale;
ii) stabilire per quali $x_0 \in \mathbb{R}$ la soluzione locale è prolungabile a tutto l'asse reale e stabilire se il prolungamento è unico.

Esercizio 3. Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + x^2 y - xy^2 - 1 = 0 \\ \\ y(0) = b \end{cases} ,$$

i)determinarne la soluzione locale, osservando che tra le soluzioni dell'equazione su $\mathbb{R}$ vi è un polinomio di primo grado;
ii) stabilire per quali $b \in \mathbb{R}$ la soluzione massimale è definita su $\mathbb{R}$.

Esercizio 4. Determinare la soluzione massimale del problema

$$\begin{cases} y' = \dfrac{\operatorname{tg} x}{2} y - \dfrac{\sin x}{2} y^3 \\ \\ y(\pi) = \dfrac{1}{\sqrt{\log 2}} \end{cases} .$$