

PROGETTO SAM (ANALISI MATEMATICA II)

Il terzo incontro avrà luogo **mercoledì 5 marzo** dalle ore **17** alle ore **19** nell'aula **T** del Dipartimento di Fisica. Esso sarà dedicato ancora alle equazioni differenziali e in particolare ai problemi connessi alle equazioni di ordine superiore (equazioni lineari e problemi ai limiti, equazioni lineari a coefficienti costanti).

Esercizio 1. Discutere l'esistenza e l'unicità della soluzione del seguente problema ai limiti

$$\begin{cases} x^2 y'' - 2y = x^5 \\ y(1) = a \quad y'(-1) = b \end{cases} .$$

Esercizio 2. Data l'equazione differenziale

$$5x^2 y'' - 6xy' + 2y = 9x^2 \sqrt[5]{x} , \quad (*)$$

i) scriverne tutte le soluzioni su $(-\infty, 0)$ e su $(0, +\infty)$;

ii) stabilire per quali valori dei parametri reali a, b il problema ai limiti

$$\begin{cases} (*) \\ y(1) = a \quad y'(-1) = b \end{cases}$$

ha una soluzione e stabilirne l'eventuale unicità.

Esercizio 3. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x^2 y'' - xy' - 3y = -4x \\ y(1) = a \quad y'(1) = b \end{cases}$$

e stabilire per quali valori dei parametri reali a, b è prolungabile a tutto l'asse reale. Il prolungamento è unico?

Esercizio 4. Scrivere tutte le soluzioni dell'equazione differenziale

$$y''' + (1 - a)y'' - ay' = x - 1$$

al variare del parametro reale a .

Esercizio 5. Scrivere tutte le soluzioni dell'equazione differenziale

$$xy' + \frac{2}{2-x}y = 1 \quad (**)$$

su $(-\infty, 0)$ e su $(0, 2)$. Stabilire poi per quali valori di $y_0 \in \mathbb{R}$ il problema di Cauchy

$$\begin{cases} (**) \\ y(0) = y_0 \end{cases}$$

ammette soluzione su $(-\infty, 2)$.