

Progetto SAM (Analisi Matematica II)

L'incontro previsto per il giorno 19 giugno 2003 dalle ore 16.30 alle ore 18.30 si terrà in aula T del Dipartimento di Fisica. Sarà dedicato a integrabilità e integrali multipli e verranno svolti in dettaglio gli esercizi sotto elencati. Si invitano gli studenti interessati a rivedere la teoria e a svolgere gli esercizi proposti.

Esercizi proposti

- 1) Si consideri la famiglia di funzioni f_α , $\alpha \in \mathbf{R}$, così definite:

$$f_\alpha(x, y) = \frac{\sin y}{x^2 + |y|^\alpha}.$$

Determinare per quali valori del parametro α si ha $f_\alpha \in L^1(\mathbf{R}^2)$.

- 2) Calcolare il volume del solido D definito da

$$D := \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 6, 1 \leq z \leq x^2 + y^2\}.$$

- 3) Si consideri la seguente successione di funzioni:

$$f_n(x) = \frac{\sin \sqrt{nx}}{x^n + nx}, \quad n = 1, 2, \dots$$

a) Determinare per quali n si ha $f_n \in L^1(\mathbf{R}^+)$.

b) Stabilire se vale la relazione

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_{\mathbf{R}^+} f_n = \int_{\mathbf{R}^+} \lim_{n \rightarrow +\infty} f_n.$$

- 4) Calcolare

$$\iiint_D \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{y^2(1 + z^2)} dx dy dz$$

dove

$$D : \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : x^2 + y^2 < 1, y > |x|, z < \sqrt{x^2 + y^2}\}$$

- 5) Si consideri la successione $\{f_n\}$ di funzioni date da

$$f_n(x) = \frac{\sqrt{n} \log(x/n)}{|x^2 - n^2|^{3/4}}.$$

- a) Determinare gli interi $n \geq 1$ per i quali $f_n \in L^1(\mathbf{R}^+)$.
- b) Stabilire se vale la relazione

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_{\mathbf{R}^+} f_n = \int_{\mathbf{R}^+} \lim_{n \rightarrow +\infty} f_n .$$