PROGETTO SAM (ANALISI MATEMATICA II)

L' incontro di **mercoledì 19 marzo** (aula **T** del Dipartimento di Fisica dalle ore **17** alle ore **19**) sarà dedicato agli esercizi di teoria della misura e dell'integrazione che non sono stati trattati il 12.3 e ad esercizi di vario tipo come i seguenti.

Esercizio 1. Sia

$$E_n = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : |x| < ny < n^2\}.$$

Calcolare in dipendenza del parametro reale λ il seguente limite

$$\lim_{n\to+\infty} \int_{E_n} \frac{|x|\, y^2(1+x^2+y^2)^\lambda}{\sqrt{x^2+y^2}} dxdy.$$

Esercizio 2. Siano

$$\begin{aligned} Q_n &= (-n,n) \times (-n,n) \\ E_n &= Q_n \cap \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < x^2 y < 1\} \ . \end{aligned}$$

Verificare che la successione

$$\int_{E_n} x^4 y \operatorname{artg} y \, dxdy$$

è convergente.

Esercizio 3. Stabilire per quali $n \geq 1$, n intero, la funzione

$$f_n(x) = \frac{\log(1+n\sqrt{x})}{x^n + n^2 x}$$

è integrabile secondo Lebesgue su $(0, +\infty)$ e calcolare

$$\lim_{n\to+\infty} \int_0^{+\infty} f_n \ .$$

Esercizio 4. Verificare che la funzione a valori reali

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin nx}{1+n^3x^2}$$

è definita su $\mathbb{R}$ e stabilire poi se è integrabile secondo Lebesgue su $\mathbb{R}$.

Esercizio 5. Determinare l'insieme di definizione E della funzione reale

$$g(y) = \int_0^{+\infty} \frac{(y+1)e^{-xy}}{\sqrt{x}} dx$$

e stabilire se $g \in L(E)$.