PROGETTO SAM (ANALISI MATEMATICA II)

Il primo incontro avrà luogo **mercoledi** 19 febbraio dalle ore **17** alle ore **19** nell'aula **E** del Dipartimento di Fisica. Esso sarà dedicato al teorema del Dini ed alle sue applicazioni nello studio (sia di tipo locale che di tipo globale) dell'insieme di livello di una funzione regolare.
È auspicabile che gli studenti che intendono avvalersi di questa attività tutoriale rivedano prima dell'incontro la parte teorica relativa all'argomento trattato. Inoltre sarebbe oltremodo proficuo che gli stessi studenti provassero a svolgere gli esercizi sottoelencati (che saranno poi svolti durante l'incontro), così da avere una base di discussione sui problemi e le difficoltà eventualmente presentatesi.
In ogni incontro verranno poi date le informazioni relative all'incontro successivo.

Esercizio 1. Verificare che l'equazione

$$e^{x-y} + \log(1 + 2xy) - 1 = 0$$

definisce implicitamente a partire da $(0,0)$ una ed una sola funzione $y = y(x)$ e calcolare

$$\lim_{x\to 0} \frac{y(x) - x}{x^2} \ .$$

Esercizio 2. Rappresentare graficamente l'insieme

$$E = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (x^2 + 1)y - e^{-x^2 y} = 0\} \ .$$

Esercizio 3. Verificare che l'insieme

$$E = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : e^{x+2y} \log(1 + y) - x^2 = 0\}$$

coincide con il grafico di una funzione $y = y(x)$ definita su $\mathbb{R}$. Studiare l'andamento di y e tracciarne sommariamente il grafico. È possibile determinare il comportamento asintotico di y per $x \to +\infty$?

Esercizio 4. Verificare che l'insieme

$$E = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y\log(1 + x) + e^{xy} = 0\}$$

coincide con il grafico di una funzione $y = y(x)$; determinarne l'insieme di definizione e tracciarne sommariamente il grafico.

Esercizio 5. Verificare che l'insieme

$$E_a = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : e^{x-y} - \cos xy + \sin ax = 0\} \qquad a \in \mathbb{R}$$

coincide in un intorno di $(0,0)$ con il grafico di una funzione $y = y_a(x)$ di classe C^∞. Stabilire poi per quali $a \in \mathbb{R}$ la funzione y_a ha un estremante in $x = 0$ precisandone la natura.