

Progetto SAM (Analisi Matematica II)

L'incontro previsto per il giorno 25 settembre 2003 dalle ore 16.30 alle ore 18.30 si terrà in aula T del Dipartimento di Fisica. Sarà dedicato al calcolo di integrali multipli e verranno svolti in dettaglio gli esercizi sotto elencati. Si invitano gli studenti interessati a rivedere la teoria e a svolgere gli esercizi proposti.

Esercizi proposti

- 1) Si consideri la funzione

$$f(x, y) = \sqrt[3]{1/(1 - x^2y)} .$$

- a) Stabilire, in dipendenza dal parametro positivo a , se $f \in L^1(D_a)$ dove $D_a := (0, a) \times (0, a)$.
b) Stabilire se $f \in L^1(\mathbf{R}^+ \times \mathbf{R}^+)$.

- 2) Stabilire se la funzione

$$F(x, y) = \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{\sqrt[3]{y/x}}{(2 + x^2 + y^2)^n}$$

appartiene a $L^1(\mathbf{R}^2)$.

- 3) Determinare i valori del parametro reale α per i quali la funzione

$$f_\alpha(x, y) = \frac{|x - y|}{1 + (x + y)^\alpha}$$

appartiene a $L^1(\mathbf{R}^+ \times \mathbf{R}^+)$.

- 4) Si consideri per ogni $a > 0$ il rettangolo

$$Q_a := \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x \in [0, a] , y \in [0, 1/a]\}$$

e sia

$$V_a := \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : (x, y) \in Q_a , 0 \leq z \leq x + y^2\} .$$

Determinare se esistono valori di a per i quali il volume di V_a assume valore minimo e, in caso affermativo, calcolarli.

5) Sia data la funzione $f : \mathbf{R}^+ \rightarrow \mathbf{R}$ così definita:

$$f(t) = \sum_{n=1}^{+\infty} (-)^n \frac{\chi_{(n,n+1)}(t)}{t\sqrt{|\log t|}} .$$

($\chi_{(n,n+1)}$ rappresenta la funzione caratteristica dell'intervallo $(n, n+1)$).

a) Stabilire se la serie data converge uniformemente in \mathbf{R}^+ .

b) $f \in L^1(\mathbf{R}^+)$?