

## Progetto SAM (Analisi Matematica II)

L'incontro previsto per il giorno 17 giugno 2003 dalle ore 16.30 alle ore 18.30 si terrà in aula T del Dipartimento di Fisica. Sarà dedicato a equazioni differenziali e verranno svolti in dettaglio gli esercizi sotto elencati. Si invitano gli studenti interessati a rivedere la teoria e a svolgere gli esercizi proposti.

### Esercizi proposti

1) Si consideri il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = |x| + |x - y| \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}.$$

- a) Mostrare che, per ogni scelta della condizione iniziale, tale problema ha una ed una sola soluzione, definita su tutto  $\mathbf{R}$ .
- b) Calcolare la soluzione nel caso  $x_0 = 1$ ,  $y_0 = 2$  e tracciarne sommariamente il diagramma (crescere e decrescere, limiti, eventuali estremanti, eventuali asintoti, verso della concavità, ecc.)

2) Sia dato, per ogni  $a \geq 0$ , il seguente problema di Cauchy:

$$(*)_a \quad \begin{cases} y' = 2y - 2x\sqrt{y} \\ y(0) = a \end{cases}$$

- i) Verificare che per ogni  $a \geq 0$  esiste almeno una soluzione  $y_a$  di  $(*)_a$  definita su tutto  $\mathbf{R}$ . Calcolare, in dipendenza dal parametro  $a$  tale soluzione e tracciarne un grafico qualitativo.
- ii) Dimostrare che la soluzione  $y_a$  trovata è l'unica soluzione di  $(*)_a$  definita su  $\mathbf{R}$ .

3) Si consideri il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' = |y| \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$$

Dopo aver mostrato che la soluzione risulta definita su tutto  $\mathbf{R}$ , calcolarla esplicitamente.

4) Determinare la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = e^y - y \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

e tracciarne il diagramma

5) Risolvere il seguente problema di Cauchy :

$$\begin{cases} y^{(5)} + 2y''' + y' = x^2 - 4e^x \\ y(0) = y''(0) = 0 \\ y'(0) = y'''(0) = 1 \\ y^{(4)}(0) = -1 \end{cases} .$$