

Introduzione al Calcolo Scientifico - - 13 Aprile 2005

Consegna entro 26 Aprile 2005

Progettare un M-file per la soluzione numerica con differenze finite del problema ai limiti

$$a(x)u''(x) + b(x)u'(x) + c(x)u(x) = f(x),$$

dove a, b, c, f sono funzioni assegnate e $x \in (\alpha, \beta)$. Si consideri la possibilità di scegliere tra due diversi tipi di condizioni al bordo

$$u(\alpha) = u_\alpha \text{ oppure } u'(\alpha) = u'_\alpha;$$

$$u(\beta) = u_\beta \text{ oppure } u'(\beta) = u'_\beta.$$

Provare con il seguente problema modello

$$-u''(x) + xu(x) = (1 + 2x - x^2)e^x, \quad u(0) = 1, \quad u(1) = 0,$$

la cui soluzione esatta è

$$u(x) = (1 - x)e^x.$$

Generare un breve film che mostri l'approssimazione numerica per diverse scelte del passo di discretizzazione (considerando una discretizzazione uniforme dell'intervallo $[\alpha, \beta]$) utilizzando le funzioni MATLAB `moviein`, `getframe`, `movie`.

Risolvere il seguente problema,

$$-\epsilon u''(x) + u'(x) = 1, \quad u(0) = u(1) = 0,$$

dove $\epsilon = 0.001$ con $N = 20, 30$ e discretizzando la derivata prima in tre diversi modi

$$u'(x_j) \approx \frac{u_{j+1} - u_{j-1}}{2\Delta x}, \quad u'(x_j) \approx \frac{u_{j+1} - u_j}{\Delta x}, \quad u'(x_j) \approx \frac{u_j - u_{j-1}}{\Delta x},$$

dove $\Delta x = 1/(N + 1)$. Si notano delle differenze nella soluzione numerica?