Tra i modelli più utilizzati nell'ambito della Neurobiologia computazionale ci sono i modelli biofisici derivati dalla teoria di Hodgkin e Huxley. Un caso semplificato richiede di considerare la seguente equazione per il potenziale $V(x,t)$ di membrana

$$C_m \frac{\partial V}{\partial t} = R\,\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} - \left[g_{Na} m^3 h(V - V_{Na}) + g_k n^4 (V - V_K) + g_L (V - V_L)\right],$$

con $x \in [0, L]$, $t > 0$, g_{Na}, g_K, g_L costanti (conduttanze) positive, C_m, R costanti, e le funzioni m, h, n soddisfano le seguenti equazioni

$$\begin{aligned}
\frac{dm(x,t)}{dt} &= \alpha_m\left(V(x,t)\right)\left(1 - m(x,t)\right) - \beta_m\left(V(x,t)\right) m(x,t) \\
\frac{dh(x,t)}{dt} &= \alpha_h\left(V(x,t)\right)\left(1 - h(x,t)\right) - \beta_h\left(V(x,t)\right) h(x,t) \\
\frac{dn(x,t)}{dt} &= \alpha_n\left(V(x,t)\right)\left(1 - n(x,t)\right) - \beta_n\left(V(x,t)\right) n(x,t).
\end{aligned}$$

Le funzioni α e β sono identificate tramite opportuni esperimenti. Si scriva una funzione MATLAb per la discretizzazione dell'intero sistema considerando le condizioni al bordo

$$\frac{\partial V(L,t)}{\partial x} = 0, \ \frac{\partial V(0,t)}{\partial x} = I(t),$$

con $I(t)$ funzione assegnata. Per gli altri parametri (tralasciamo le unità di misura):

$$L = 2,\ C_m = 1,\ R = \frac{r_a}{2R_i},\ r_a = 5 \cdot 10^{-4},\ R_i = 10^2,$$
$$g_{Na} = 120,\ g_K = 36,\ g_L = 0.3,\ V_{Na} = 120,\ V_K = -12,\ V_L = 10.613.$$

Le funzioni α e β si possono dedurre dall'articolo originale di Hodgkin e Huxley allegate al progetto. Simulare il sistema di equazioni treamite un'opportuna discretizzazione spaziale e temporale (eventualmente utilizzando le funzioni MATLAB `ode45` o simili) ed illustrare qualche test numerico con diverse $I(t)$ (per esempio I costante o periodica).