

Matematica del Continuo
C.L. in Comunicazione Digitale, a.a. 2009/2010
Esercizi N. 4 - Ricorsione e Funzioni Generatrici
Prof. K. Payne

Esercizio 1: Usando il metodo di funzioni generatrici risolvere per $\{a_n\}$:

1.

$$(R) \quad a_{n+1} = -2a_n, \quad \text{per } n \geq 0$$

$$(IC) \quad a_0 = 1$$

2.

$$(R) \quad a_{n+1} = -3a_n + 2, \quad \text{per } n \geq 0$$

$$(IC) \quad a_0 = 1$$

3.

$$(R) \quad a_{n+1} = 2a_n + n^2, \quad \text{per } n \geq 0$$

$$(IC) \quad a_0 = 1$$

4.

$$(R) \quad a_{n+1} = 3a_n + 4^n \quad \text{per } n \geq 0$$

$$(IC) \quad a_0 = 1$$

5.

$$(R) \quad a_{n+2} = 5a_{n+1} - 6a_n \quad \text{per } n \geq 0$$

$$(IC) \quad a_0 = 6, a_1 = 30$$

6.

$$(R) \quad a_{n+2} = a_{n+1} + 2a_n + 2^n \quad \text{per } n \geq 0$$

$$(IC) \quad a_0 = 4, a_1 = 12$$

7.

$$(R) \quad a_{n+2} = 4a_{n+1} - 4a_n + n^2 \quad \text{per } n \geq 0$$

$$(IC) \quad a_0 = 2, a_1 = 5$$

Esercizio 2: Trovare la funzione generatrice associata alla successione data:

1. $a_n = n^3 + 1/(n+1)$ con $n \geq 0$

2. $a_n = 1/(n+5)!$ con $n \geq 0$

3. $a_n = n^2 + n + 1n!$ con $n \geq 1$

Esercizio 3: Sviluppare le seguenti funzioni generatrici in serie di potenze

1. $A(x) = (1 - 5x)^{1/3}$

2. $A(x) = (1 - 2x)^{-1/5}$

3. $A(x) = \frac{x^m}{(1-x)^m}$ con $m \in \mathbb{N}$

Esercizio 4: Se $A(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} a_n x^n$, trovare un'espressione per $B(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} b_n x^n$ dove:

1. $\{b_n\}_{n=0}^{+\infty} = \{0, a_1, a_2, a_3, a_4, \dots\}$

2. $\{b_n\}_{n=0}^{+\infty} = \{a_0, 0, a_2, 0, a_4, 0, \dots\}$

3. $\{b_n\}_{n=0}^{+\infty} = \{0, 0, 1, a_3, a_4, a_5, \dots\}$