Analisi Matematica 2
Programma d'esame per l'anno accademico 2015-2016
Proff. Payne, Calanchi, Terraneo

N.B.1. Per l'esame di 6cfu (9cfu), il programma corrisponde agli argomenti 1,2,3 (1,2,3,4)
N.B.2. Degli argomenti contrassegnati con (*) può essere richiesta anche la dimostrazione durante la prova orale.

1. **L'integrale di Riemann in una variable ([S] oppure [M]):** Primitive e loro calcolo. Condizioni necessarie e sufficienti per l'esistenza di primitive (*). Definizione dell'integrale di Riemann. Il criterio di Cauchy (*) e classe di funzioni integrabili (*). Proprietà dell'integrale (*): linearità , monotonia, additività, stime dell'integrale. Media integrale ed il teorema della media (*). Teorema di annullamento (*). Funzione integrale e sue proprietà. Il Teorema Fondamentale del Calcolo e la Formula Fondamentale del Calcolo Integrale in una variabile (*). Integrali impropri: definizioni e funzioni campioni. Teoremi di confronto e confronto asintotico (*). Sommabilità e confronto con l'esistenza dell'integrale improprio. Studio qualitativo di funzioni integrali. Cenni al rapporto tra integrali e serie.

2. **Calcolo differenziale per funzioni di più variabili ([M]):** Richiami sui limiti e continuità per funzioni tra spazi euclidei: limiti e restrizioni (*), riduzione ai componenti (*), limiti infiniti e all'infinito. Derivabilità direzionale, derivate parziali, funzione gradiente e matrice Jacobiana. Differenziabilità: definizione , condizioni necessarie (*) ed esempi relativi. Il differenziale e l'iperpiano tangente. Il teorema del differenziale totale (*). Composizione di funzioni differenziabili e la regola della catena. Il teorema di Lagrange (*), caratterizzazione delle funzioni costanti (*), stima sull'incremento (*), il teorema dell'incremento finito (*), gradiente e la direzione di crescita massimale (*). Derivate di ordine superiore, matrice Hessiana ed il Teorema di Schwarz (*). La formula di Taylor con resto secondo Lagrange e secondo Peano per funzioni di classe C^2. Ottimizzazione libera: condizioni necessarie e condizioni sufficienti per avere estremi locali (*), natura di punti stazionari, estremi globali.

3. **Integrali multipli secondo Riemann:** Integrazione secondo Riemann su rettangoli: definizione, il criterio di Cauchy (*) e integrabilità di funzioni continue su rettangoli compatti (*). Formule di riduzione per il calcolo. Insiemi di misura nulla secondo Peano-Jordan ed integrabilità di funzioni generalmente continua su rettangoli (*). Insiemi misurabili secondo Peano-Jordan ed integrabilità di funzioni continue e limitate sui domini limitati e misurabili (*). Domini normali e formule di riduzione (*). Proprietà dell'integrale. Integrazione in dimensione superiore: formule di riduzione per integrali tripli. Cambiamento di variabili e sistemi di coordinate polari, cilindriche e sferiche. Integrali multipli in senso generalizzato: esaustioni ammissibili ed integrabilità in senso improprio. Cenni sui teoremi fondamentali del calcolo integrale in più variabili (facoltativo).

4. **Calcolo differenziale in una variabile:** Definizione di derivabilità in un punto. Retta tangente. Continuità delle funzioni derivabili (*). Derivate delle funzioni elementari. Regole di derivazione. Punti di non derivabilità: punti a tangente verticale, punti angolosi, punti cuspidali. Derivata della funzione inversa (*) e della funzione composta (*). Massimi e minimi relativi; teorema di Fermat (*). Teoremi di Rolle (*), Cauchy (*), Lagrange (*). Conseguenze del teorema di Lagrange: funzioni con derivata nulla su intervalli (*), segno della derivata e monotonia (*). Criterio di derivabilità mediante il limite della derivata (*). Legame tra limitatezza derivata e uniforme continuità (*). Discontinuità della derivata (*).
   Teorema di De L'Hospital (* caso [0/0]). Derivate di ordine superiore. Formula di Taylor con resto di Peano (*) e di Lagrange. Unicità dello sviluppo (*). Sviluppi in serie di Taylor per funzioni elementari. Legame tra formula di Taylor e forma esponenziale dei numeri complessi. Convessità, concavità, flessi: segno della derivata seconda e convessità (*). Ulteriore condizione necessaria e sufficiente per la convessità (confronto con retta tangente) (*). Flesso: definizione; condizione necessaria (*). Derivate di ordine superiore al primo per classificare i punti interni al dominio (condizioni sufficienti per esistenza di flessi o estremanti) (*). Regolarità delle funzioni convesse: continuità. Derivabilità destra e sinistra e infinità numerabile di punti angolosi.

Testi consigliati:

[S] P. Soardi – Analisi Matematica, Città Studi Edizioni, 2007

[M] C. Maderna – Analisi Matematica 2, Città Studi Edizioni, 2006

[PS] C. D. Pagani e S. Salsa – Analisi Matematica, Volume 2, Masson 1991