

COMPITINO N.2 DI ANALISI MATEMATICA III - 10/02/06

C.L. in Matematica e Matematica per le Applicazioni

Prof. Kevin R. Payne

**Esercizio 1.** Sia  $\Sigma$  la parte del toro parametrizzata da

$$\Phi(t, \theta) = ((2 + \cos t) \cos \theta, (2 + \cos t) \sin \theta, \sin t), \quad (t, \theta) \in [0, \pi] \times [0, \pi].$$

- a. Mostrare che  $\Sigma$  è il sostegno di una *superficie regolare* e calcolare la sua area.
- b. Trovare l'equazione del piano tangente  $\Pi_{(\Phi(\pi/4, \pi/2))} \Sigma$ .
- c. Calcolare l'integrale  $\int_{\Gamma} xy^2 dx + e^z dy + ye^z dz$  dove  $\Gamma = +\partial\Sigma$ , orientata da  $\Phi$ . È richiesta anche la giustificazione della risposta; cioè la verifica delle ipotesi di eventuali teoremi usati.

**Esercizio 2.**

- a. Sia  $\Omega \subset \mathbf{R}^3$  il dominio definito da

$$\Omega = \{(x, y, z) : \sqrt{x^2 + y^2} \leq z, 1 \leq z \leq 2\}.$$

Mostrare che  $\Omega$  è un *dominio regolare* e calcolare il suo volume.

- b. Siano  $\Omega$  il dominio definito nella parte **a** e  $F$  il campo vettoriale  $F(x, y, z) = (xe^z, ye^z, xz)$ . Calcolare il flusso di  $F$  uscente dal bordo di  $\Omega$ , giustificando la risposta.
- c. Sia  $\Omega \subset \mathbf{R}^3$  un dominio regolare con volume  $|\Omega|_3 = V$ . Assumiamo che esista  $F \in C^1(\Omega, \mathbf{R}^3)$  un campo vettoriale tale che  $|\operatorname{div} F| \leq c$  su  $\Omega$  e, dove è definito,  $F|_{\partial\Omega} = \nu$  il versore normale esterno. Stimare  $|\partial\Omega|_2$ , l'area di  $\partial\Omega$ .

**N.B.** Sono concesse **UN ORA e QUARANTACINQUE MINUTI** per la risoluzione degli esercizi e **NON** è concesso l'uso di libri di testo, appunti ed eserciziari.