

PROGRAMMA DI ANALISI MATEMATICA III (A.A. 2004/2005)

C. d. L. in Matematica e Matematica per le Applicazioni

Prof. Kevin R. Payne

Versione di 27 settembre, 2004

0. Calcolo differenziale per funzioni in più variabili. Richiami su limiti, continuità, differenziabilità per funzioni a valori scalari e vettoriali. Richiami su piano tangente al grafico di una funzione, formula di Taylor del secondo ordine con resto di Lagrange (e Peano), forme quadratiche, classificazione di punti critici. Insiemi convessi in \mathbf{R}^n . Funzioni convesse in più variabili. Condizioni sufficienti affinché una funzione sia convessa e cenno alla regolarità di funzioni convesse .

1. Funzioni implicite e ottimizzazione vincolata. Funzioni definite implicitamente. Il teorema di Dini per funzioni di due variabili, curve di livello, punti singolari. Il teorema di Dini in n variabili e superfici di livello. Il teorema di Dini per funzioni vettoriali. Diffeomorfismi e teoremi di inversione locale e globale. Massimi e minimi vincolati. Il metodo dei moltiplicatori di Lagrange.

2. Curve e forme differenziali. Curve regolari. Lunghezza di curve rettificabili, rettificabilità di curve regolari (a tratti), invarianza rispetto orientazione e parameterizzazione. Il parametro lunghezza d'arco (ascissa curvilinea). Integrali curvilinei di funzioni scalari. Campi vettoriali e il concetto di lavoro. Integrali curvilinei di campi vettoriali e forme differenziali. Forme differenziali esatte/chiuse e campi conservativi/irrotazionali. Costruzione di potenziali di campi. Domini stellati e semplicemente connessi.

3. Integrali multipli. Cenni sulla integrabilità secondo Riemann in più variabili: definizione, proprietà ed interpretazione dell'integrale. Tecniche di calcolo di integrali: domini semplici e formule di riduzione a successivi integrali semplici, cambiamento di variabili di integrazione. Integrali multipli e cenno agli integrali multipli generalizzati. Il teorema di Gauss-Green nel piano e formule di integrazione per parti. Alcune applicazioni.

4. Integrali di superficie. Superfici regolari in \mathbf{R}^3 ; rappresentazione parametrica, come grafico e come insieme di livello. Carte locali e cambiamenti di carte. Spazio tangente ed orientazione. Area di una superficie regolare o regolare a tratti. Integrali di funzioni e di campi vettoriali su una superficie. Superfici con bordo. Divergenza e rotore di un campo vettoriale. I teoremi della divergenza e di Stokes nello spazio e formule di integrazioni per parti. Alcune applicazioni.

Seminario integrativo: Funzioni armoniche: motivazione ed esempi elementari, costruzione di nuove funzioni armoniche (combinazioni lineari, invarianze nella equazione), la soluzione fondamentale in dimensioni 2 e 3, il principio di massimo debole e forte, la proprietà del valor medio, teoremi di unicità.

N.B. Del libro **N. Fusco, P. Marcellini e C. Sbordone** - *Analisi Matematica Due*, Liguori saranno trattati i seguenti paragrafi: (* vuol dire senza alcune dimostrazioni)

Capitolo 3: Funzioni di più variabili - Paragrafi 35, 36, 39*, 40

Capitolo 11: Funzioni implicite - Paragrafi 101, 102*, 103*, 104

Capitolo 6: Curve ed integrali curvilinei - Paragrafi 60, 61, 62, 63

Capitolo 7: Forme differenziali lineari - Paragrafi 68, 69, 70, 71, 72, 73*

Capitolo 8: Integrali multipli - Paragrafi 74*, 75*, 76, 77*, 78, 80*, 82*, 83, 84

Capitolo 10: Superficie e integrali di superficie - Paragrafi 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100

N.B. Inoltre saranno trattati le dispense “Richiami di Analisi II” e “Funzioni Armoniche: Un Introduzione” di K.R. Payne (disponibile in rete alla pagina:

<http://www.mat.unimi.it/users/payne/anIII04-05.html>).