

## PROGRAMMA DI ANALISI MATEMATICA III (A.A. 2005/2006)

C. d. L. in Matematica e Matematica per le Applicazioni

**Prof. Kevin R. Payne**

**Versione di 27 settembre, 2005**

**0. Calcolo differenziale per funzioni in più variabili.** Richiami su limiti, continuità, differenziabilità per funzioni a valori scalari e vettoriali. Richiami su piano tangente al grafico di una funzione, formula di Taylor del secondo ordine con resto di Lagrange (e Peano), forme quadratiche, classificazione di punti critici. Insiemi convessi in  $\mathbf{R}^n$ . Funzioni convesse in più variabili. Condizioni sufficiente affinché una funzione sia convessa e cenno alla regolarità di funzioni convesse .

**1. Funzioni implicite e ottimizzazione vincolata.** Funzioni definite implicitamente. Il teorema di Dini per funzioni di due variabili, curve di livello, punti singolari. Il teorema di Dini in  $n$  variabili e superfici di livello. Il teorema di Dini per funzioni vettoriali. Diffeomorfismi e teoremi di inversione locale e globale. Massimi e minimi vincolati. Il metodo dei moltiplicatori di Lagrange.

**2. Curve e forme differenziali.** Curve regolari. Lunghezza di curve rettificabili, rettificabilità di curve regolari (a tratti), invarianza rispetto orientazione e parameterizzazione. Il parametro lunghezza d'arco (ascissa curvilinea). Integrali curvilinei di funzioni scalari. Campi vettoriali e il concetto di lavoro. Integrali curvilinei di campi vettoriali e forme differenziali. Forme differenziali esatte/chiusure e campi conservativi/irrotazionali. Costruzione di potenziali di campi. Domini stellati e semplicemente connessi.

**3. Integrali multipli.** Cenni sulla integrabilità secondo Riemann in più variabili: definizione, proprietà ed interpretazione dell'integrale. Tecniche di calcolo di integrali: domini semplici e formule di riduzione a successivi integrali semplici, cambiamento di variabili di integrazione. Integrali multipli e cenno agli integrali multipli generalizzati. Il teorema di Gauss-Green nel piano e formule di integrazione per parti. Alcune applicazioni.

**4. Integrali di superficie.** Superfici regolari in  $\mathbf{R}^3$ ; rappresentazione parametrica, come grafico e come insieme di livello. Carte locali e cambiamenti di carte. Spazio tangente ed orientazione. Area di una superficie regolare o regolare a tratti. Integrali di funzioni e di campi vettoriali su una superficie. Superfici con bordo. Divergenza e rotore di un campo vettoriale. I teoremi della divergenza e di Stokes nello spazio e formule di integrazioni per parti. Alcune applicazioni.

**Seminario integrativo:** Funzioni armoniche: motivazione ed esempi elementari, costruzione di nuove funzioni armoniche (combinazioni lineari, invarianze nella equazione), la soluzione fondamentale in dimensioni 2 e 3, il principio di massimo debole e forte, la proprietà del valor medio, teoremi di unicità.

**N.B.** Del libro **N. Fusco, P. Marcellini e C. Sbordone** - *Analisi Matematica Due*, Liguori saranno trattati i seguenti paragrafi: (\* vuol dire senza alcune dimostrazioni)

**Capitolo 3:** Funzioni di più variabili - Paragrafi 35, 36, 39\*, 40

**Capitolo 11:** Funzioni implicite - Paragrafi 101, 102\*, 103\*, 104

**Capitolo 6:** Curve ed integrali curvilinei - Paragrafi 60, 61, 62, 63

**Capitolo 7:** Forme differenziali lineari - Paragrafi 68, 69, 70, 71, 72, 73\*

**Capitolo 8:** Integrali multipli - Paragrafi 74\*, 75\*, 76, 77\*, 78, 80\*, 82\*, 83, 84

**Capitolo 10:** Superficie e integrali di superficie - Paragrafi 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100

**N.B.** Inoltre saranno trattati le dispense “Richiami di Analisi II” e “Funzioni Armoniche: Un Primo Assaggio” di K.R. Payne (disponibile in rete alla pagina: <http://www.mat.unimi.it/users/payne/anIII05-06.html>).