

COMPITINO N.2 DI ANALISI MATEMATICA II - 24/06/08

C.L. in Matematica e Matematica per le Applicazioni

Prof. K. R. Payne e Dott. M. Calanchi, C. Tarsi, L. Vesely

N.B. Sono concesse **DUE ORE** per la risoluzione degli esercizi. **NON** è concesso l'uso di libri di testo, appunti ed eserciziari

Esercizio 1.

(a) Sia f definita da $f(x, y) = \int_0^{\varphi(x, y)} g(t) dt$ dove $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile e $\varphi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ è due volte differenziabile. Sia $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$ tale che $\varphi(x_0, y_0) = 0$ e $\nabla\varphi(x_0, y_0) = (a, b)$.

i) Trovare l'equazione del piano tangente al grafico della funzione f che passa per il punto (x_0, y_0) .

ii) Trovare la matrice Hessiana di f nel punto (x_0, y_0) nel caso in cui $(a, b) = (0, 0)$.

(b) Sia $f(x, y) = \arctan((y + x^2 - 1)|y|)$.

i) Studiare derivabilità direzionale e differenziabilità di f

ii) Trovare gli estremi locali di $f(x, y)$

Esercizio 2.

(a) Dato il seguente problema di Cauchy

$$(PC) \begin{cases} y' = \frac{4x+2}{x^2+x+1}(y^2-4y+4) \\ y(0) = y_0 \end{cases}$$

i) Trovare una formula esplicita per le soluzioni al variare di $y_0 \in \mathbb{R}$

ii) Determinare l'insieme di definizione della soluzione per $y_0 = \frac{1}{2\log 3} + 2$, e per $y_0 = 2$

(b) Stabilire i valori del parametro a per cui tutte le soluzioni di

$$y''' + ay'' + y' = 0$$

risultino limitate su $(1, +\infty)$.