

COMPITINO N.2 DI ANALISI MATEMATICA II - 10/07/2009

C.L. in Matematica e Matematica per le Applicazioni

Proff. K. Payne, C. Tarsi, M. Calanchi

N.B. Sono concesse **DUE ORE** per la risoluzione degli esercizi. **NON** è concesso l'uso di libri di testo, appunti ed eserciziari

Esercizio 1. Considerare la funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = x|y|(y + x^2 + x)$$

- (a) Trovare gli eventuali estremanti locali di f .
- (b) Discutere la differenziabilità e la derivabilità direzionale di f .

Esercizio 2. Scrivere la formula di Taylor di ordine 2, con resto secondo Peano, centrata nel punto $(1, 2)$ per la funzione definita da

$$f(x, y) = \int_{3x-y+1}^{x^2y} \sqrt{\log t} dt.$$

Esercizio 3. Considerare il seguente problema di Cauchy.

$$(P) \begin{cases} y' = \frac{y}{x} \left(1 + \frac{1}{\log(y/x)} \right) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

- (a) Per quali (x_0, y_0) ha senso studiare il problema? Per tali valori, discutere brevemente le questioni di esistenza ed unicità.
- (b) Nel caso $x_0 = 1$, trovare le soluzioni al variare dei valori ammissibili del parametro y_0 .