

COMPITINO N.2 DI ANALISI MATEMATICA 2 (6cfu)- 06/07/2016

C.L. in Matematica

Proff. K. Payne, M. Calanchi e E. Terraneo

N.B. Sono concesse **DUE ORE** per la risoluzione degli esercizi. **NON** è concesso l'uso di libri di testo, appunti ed eserciziari tranne il foglio di Sviluppi Notevoli di Analisi Matematica 1.

Esercizio 1. Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy(x^2 - y^2)}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

a) Stabilire se f è di classe C^1 in \mathbb{R}^2 .

b) Stabilire se f è di classe C^2 in \mathbb{R}^2 .

Bonus: Stabilire per quali $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$ vale una formula di Taylor del secondo ordine centrato in (x_0, y_0) con resto di Peano.

Esercizio 2. Si consideri la funzione:

$$f(x, y) = \begin{cases} \sqrt[3]{y-x} \log(x^2 + y^2) & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Determinare gli eventuali estremanti relativi di f nel suo insieme di definizione.

Esercizio 3. Siano $\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 < x < 1, x - 1 < y < \sqrt{1 - x^2}\}$ e $f : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = \begin{cases} e^{-(x^2+y^2)} & (x, y) \in \Omega, y > 0 \\ \frac{xy}{1+y^2} & (x, y) \in \Omega, y \leq 0 \end{cases}$$

a) Mostrare che f è integrabile secondo Riemann in Ω

b) Calcolare $\int_{\Omega} f(x, y) dx dy$