

Corso di Laurea in Matematica
Esercizi di Analisi Matematica 2, A.A. 2015/2016
Tutorato del 4 aprile 2016

Ancora sul calcolo delle primitive

1. Calcolare:

(a) $\int \frac{1}{\sin x} dx$

(b) $\int \sqrt{x^2 - 1} dx$

2. (*luglio 2008*) Sia $f : I = [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} x^\alpha \sin(1/x) & x \in (0, 1] \\ \alpha - 2 & x \in [-1, 0] \end{cases}$$

con $\alpha \in \mathbb{R}$.

- (a) Trovare per quali valori di α la funzione f risulta integrabile secondo Riemann in I ;
- (b) Per quali di questi valori (trovati nel punto (a)) la funzione f ammette primitiva in I ?

Integrali definiti

3. Calcolare:

$$\begin{aligned} & \int_{-\pi/4}^0 \frac{4x+1}{\cos^2 x} dx \\ & \int_{-2\pi}^{\pi} \frac{\sin^2 x}{3 + \sin^2 x} dx \\ & \int_{-1}^1 \frac{\sqrt[3]{x^2}}{1 + \sqrt[3]{x^4}} dx \\ & \int_{-\pi}^{\frac{7}{4}\pi} \frac{1}{9 \cos^2 x + \sin^2 x} dx \\ & \int_{-\pi/2}^0 \cos x \log(2 - \cos^2 x) dx \\ & \int_{-3}^0 (4x+3) \log(x+4) dx \\ & \int_{-1}^2 \frac{dx}{(5-x^2)^{3/2}} \end{aligned}$$

4. Calcolare l'area delle seguenti regioni di piano

(a) regione limitata dalle curve $y = -x^2$ e $y = -3x + 2$

(b) regione compresa tra $x = 0, x = 1, f(x) = \log(e - 1 + \sqrt{x}), g(x) = 2 - x$

5. (compitino scorso anno) Calcolare il *valor medio* della funzione f sull'intervallo $[0, 4]$ dove $f(x) = e^{\sqrt{x}}$.

6. (compitino scorso anno) Trovare i valori dei parametri $a, b \in \mathbb{R}$ per cui la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} \log(x+2) & x > -1 \\ ax^3 + bx & x \leq -1 \end{cases}$$

ammette primitiva su tutto \mathbb{R} e calcolare tutte le primitive a variare dei parametri ammissibili.

Integrali impropri

7. Stabilire al variare del parametro reale α la convergenza dei seguenti integrali impropri:

a) $\int_0^1 \frac{x^3 + 1 - 2x}{x^\alpha} dx$

b) $\int_1^{+\infty} \frac{x^3 + 1 - 2x}{x^\alpha} dx.$

8. Calcolare

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |x|e^{-x^2} dx.$$