Corso di Laurea in Matematica

Esercizi di Analisi Matematica 2, A.A. 2015/2016

Tutorato del 6 giugno 2016

1. Calcolare i seguenti integrali doppi:

$$\iint_E |x - y^2| \, dx \, dy; \qquad E = [-1,1] \times [0,2]$$

$$\iint_E xy \, dx \, dy; \qquad E = \{x^2 - 2x + y^2 \leq 0, y \geq 0\}$$

2. Calcolare $\iint_E \cos\left(\frac{x-y}{x+y}\right) \, dx \, dy$ dove E è il triangolo di vertici (0,0), (1,0), (0,1).

3. Determinare la misura di $E = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 + 2x \leq 0; \; x^2 + y^2 + 2y \leq 0\}$.

4. Calcolare

$$\iint_E f(x,y) dxdy$$

Dove f ed E sono rispettivamente

(a)
$$f(x,y) = (y^2 + 2x^2 - 3xy) \log(y - 2x)$$
$$E = \{(x,y) : \; 0 < y - 2x < 1, -2 < x + y < -1, \; \}$$

(b)
$$f(x,y) = x + y, \qquad E = \{(x,y) : \; x^2 + y^2 < 1, y < \sqrt{3}x, \; \}$$

5. Calcolo di Baricentri

Calcolare il baricentro di una lamina triangolare di vertici $(0,0)$, $(1,0)$, $(0,1)$:

(a) nell' hps che il triangolo sia omogeneo

(b) (lasciato) nell' hps che il triangolo abbia densità superficiale $\rho(x,y) = 1 + x$

[Supponiamo che una lamina piana di densità superficiale $\rho(x,y)$ e massa totale occupi una regione D. Il *baricentro* della lamina è per definizione il punto di coordinate

$$\bar{x} = \frac{1}{M} \int_D x\rho(x,y) \, dx \, dy \quad \bar{y} = \frac{1}{M} \int_D y\rho(x,y) \, dx \, dy$$

In particolare, se la lamina è omogenea (ρ costante e quindi $M = \rho|D|$) il baricentro si dice *centroide* e ha un significato puramente geometrico

$$\bar{x} = \frac{1}{|D|} \int_D x \; dx \; dy \quad \bar{y} = \frac{1}{|D|} \int_D y \; dx \; dy]$$

6. Dopo aver calcolato

$$\int_0^1 x^y dx$$

calcolare

$$\int_0^1 \frac{x-1}{\log x} dx$$

$(R. \log 2)$