

Corso di Laurea in Matematica
Esercizi di Analisi Matematica 2, A.A. 2015/2016
Tutorato del 9 maggio 2016

Continuità e differenziabilità per funzioni in più variabili

1. Stabilire se la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sin x^2 - 2 \sin y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

è continua nell'origine, se ammette derivate direzionali nell'origine in ogni direzione e se è ivi differenziabile.

2. (T.E. Mate 10/09/09) Studiare, al variare di $\alpha > 0$, la continuità, la differenziabilità e la derivabilità direzionale della funzione

$$f(x, y) = |x|^\alpha \log(1 + \sqrt{|xy|})$$

3. Studiare la continuità e differenziabilità delle seguenti funzioni:

$$\begin{aligned} a) \quad f(x, y) &= \begin{cases} \frac{xy}{x^2 + y^2} \arctan(y\sqrt{x^2 + y^2}) & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases} \\ b) \quad f(x, y) &= \begin{cases} \sqrt{x^2 + y^2} e^{-\frac{(x^2 + y^2)}{|y|}} & y \neq 0 \\ 0 & y = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

4. Studiare esistenza delle derivate parziali e differenziabilità di

$$f(x, y) = (y - |x|)|y - 1|.$$

5. Sia $f(x, y) = \sqrt{9 - 2x^2 - y^2} \log(x - y)$.

- (a) Determinare il dominio di f ;
- (b) Determinare il gradiente di f , precisando in quali punti ha senso calcolarlo;
- (c) Determinare l'equazione del piano tangente al grafico di f nel punto $P = (0, -1, f(0, -1))$;