Corso di Laurea in Matematica

Esercizi di Analisi Matematica 2, A.A. 2015/2016

Tutorato del 11 aprile 2016

1. Calcolare il valor medio $\bar{f}(I)$ di

   (a) $f(x) = x\sqrt{1+x^2}$ su $I = [0,4]$;

   (b) $f(x) = \sqrt{e^x - 2}$ su $I = [2,e]$;

   Stabilire poi se esiste $c \in I$ per cui $f(c) = \bar{f}(I)$. Tale valore c (se esiste), è unico?

2. Studiare la convergenza della seguente serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} n^\alpha \left(\int_{n^2}^{n^2+1} \frac{2+\sin x}{3+\sqrt{x}} dx \right)$

3. Stabilire se convergono i seguenti integrali:

$$\int_0^1 \cot x \, dx; \qquad \int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{1-\cos x}};$$

$$\int_2^{+\infty} \frac{dx}{\log x};$$

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sqrt{|x^2-4x+3|}\,\sinh^3 x}{(x-3)\log x}\, dx.$$

4. Stabilire se esiste il seguente integrale improprio

$$\int_0^3 \frac{\log(1+\sqrt{x})\log(x^2-6x+10)}{x^{2/3}\left(1+\cos\left(\frac{\pi}{3}x\right)\right)} dx.$$

5. Determinare per quali numeri reali α converge l'integrale

$$\int_0^{+\infty} \frac{\log(1+x)}{(3+x^{5|\alpha|})\,|1-\mathrm{e}^{2x-x^2}|^{4\alpha}} dx.$$

6. Sia $f : [-1,2] \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} xe^x + 1 & -1 \le x \le 0 \\ x^{-2}e^{-1/x} & 0 < x \le 2 \end{cases}$$

   Determinare quali fra le segeunti affermazioni è vera (giustificando le risposte):

   (a) f è integrabile secondo Riemann nell'intervallo $[-1,2]$

   (b) f ammette primitiva nell'intervallo $[-1,2]$

(c) f è integrabile in senso improprio nell'intervallo $[-1, 2]$ ma non è integrabile secondo Riemann in $[1, 2]$

Calcolare, se esiste, $\int_{-1}^{2} f(x)\,dx$.

7. Determinare l'insieme di definizione di

$$F(x) = \int_{x}^{2x} \frac{\log(1+\arctan t)}{t \log t} dt$$

$$F(x) = \int_{x}^{x+2} \frac{\sinh t}{t^2 \cosh t} dt$$