Corso di Laurea in Matematica

Esercizi di Analisi Matematica 2, A.A. 2015/2016

Tutorato del 16 maggio 2016

1. Studiare la differenziabilità nei punti $(x_0, y_0) \neq (0,0)$ della funzione

$$f(x,y) = \frac{\sin(x\sqrt{|y|}) \cdot \log(1+y^2)}{(x^2+y^2)^a}, \quad a > 0$$

2. Studiare la continuità e la differenziabilità della seguente funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{e^{x^3 - x\sin^2 y} - 1}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

3. Scrivere lo sviluppo di Taylor entrato nell'origine al quinto ordine di

$$f(x,y) = \sin(y - x^3)$$

4. Sotto opportune ipotesi di differenziabilità, dimostrare che:
   la funzione $z = y\phi(x^2 - y^2)$ soddisfa l'equazione

$$\frac{1}{x}\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{1}{y}\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{z}{y^2}.$$

5. Siano f, $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ di classe C^1 e sia

$$\phi(x,y) = f(x, g(x,y)).$$

   Calcolare l'equazione del piano tangente al grafico di ϕ in $(0,0,\phi(0,0))$, sapendo che

$$f(0,2) = -1, \quad \nabla f(0,2) = (-7,3) \quad g(0,0) = 2, \quad \nabla g(0,0) = (3,1).$$