Laurea triennale in Fisica, a.a. 2015/16, programma d'esame di

Analisi Matematica 2

proff. Marco Peloso, Giuseppe Molteni

1. **Calcolo integrale (secondo Riemann) per f: R→R**

Antiderivazione: l'integrale indefinito e le principali tecniche per il calcolo delle funzioni primitive. Riemann-integrabilità per f:[a,b]→R e l'integrale definito. Significato geometrico dell'integrale. Condizioni di integrabilità (*). Proprietà dello spazio delle funzioni integrabili e dell'integrale. Teorema del valor medio (*). La funzione integrale e le sue proprietà. Il Teorema Fondamentale del Calcolo Integrale (*) e le sue conseguenze. Calcolo degli integrali definiti. Integrali impropri, condizioni di convergenza, criterio del confronto (*). Funzioni integrali: studio qualitativo del grafico. Curve, integrali curvilinei e lunghezza di una curva.

2. **Calcolo differenziale per f: R^n→R^m**

Limiti, continuità e problematiche connesse. Derivate direzionali. Vettore gradiente e matrice jacobiana. Differenziabilità. Iperpiano tangente. Condizioni necessarie (*) e/o sufficienti (*) per la differenziabilità. Composizione di funzioni differenziabili. Diffeomorfismi tra aperti di R^n. Derivate seconde, matrice hessiana, teorema di Schwarz. Derivate direzionali di ordine k. Le funzioni di classe C^k. La formula di Taylor (*). Ottimizzazione libera. Stazionarietà (*), punti estremanti e di sella. Utilizzo della matrice hessiana per la classificazione dei punti estremanti.

3. **Successioni di funzioni**

Convergenza puntuale, funzione limite, problematiche connesse. Convergenza uniforme e conseguenti risultati: teorema del doppio limite; continuità (*), integrabilità e derivabilità della funzione limite. Completezza dello spazio delle funzioni continue. Teorema di Banach-Caccioppoli (*)

4. **Serie di funzioni**

Convergenza puntuale, assoluta, uniforme, totale e relazioni reciproche (*). Criterio di Cauchy per la convergenza uniforme. Serie di potenze, raggio di convergenza (*) e criteri per determinarlo. Continuità della funzione somma (*) e teorema di Abel. Integrazione e derivazione per serie: la serie derivata. Regolarità della funzione somma. Funzioni analitiche; teorema di Taylor. Cenni alle serie di potenze in ₵.

5. **Equazioni differenziali ordinarie**

Equazioni del primo ordine, forma normale, problema di Cauchy, teorema di Peano per l'esistenza locale della soluzione. Equazione integrale di Volterra. Equivalenza tra il problema di Cauchy e quello integrale di Volterra (*). Teoremi di esistenza e unicità globale (*) e locale. Alcune tipologie di equazioni del I ordine: variabili separabili, lineari, Bernoulli, omogenee.

Equazioni di ordine k≥1: problema di Cauchy (*), risultati di esistenza e unicità delle soluzioni (*). Equazioni lineari, omogenee e non: struttura dell'insieme delle soluzioni (*), matrice wronskiana, metodo di variazione delle costanti arbitrarie. Il caso dei coefficienti costanti. Equazioni di Eulero.

(*): di questi argomenti è richiesta una dettagliata, e corretta, presentazione.

Alcuni testi consigliati:

-) C.Maderna, "*Analisi Matematica 2*" II ediz., CittàStudi ed.
-) P.M.Soardi, "*Analisi Matematica*", CittàStudi ed.
-) W.Rudin, "*Principles of Mathematical Analysis*", McGraw-Hill.