

Esame di  
**Fisica Matematica I**

**Versione A**

22.06.10

**Esercizio 1**

Si consideri il seguente sistema piano

$$\begin{cases} \dot{x} = -xy + 1 - y - x, \\ \dot{y} = xy - \frac{1}{2}y. \end{cases}$$

Determinarne gli equilibri e la relativa stabilità lineare.

**Esercizio 2**

Si consideri un punto materiale pesante  $P$  di massa  $M$  vincolato a muoversi sulla superficie di equazione

$$x^2 + y^2 + 4z^2 = 1.$$

Si richiede di:

1. scrivere la Lagrangiana e le equazioni di Lagrange;
2. determinare gli integrali primi del sistema;
3. tracciare il ritratto di fase del sistema ridotto;
4. dare delle condizioni affinché la particella resti sempre nel semispazio  $z < 0$ .

**Esercizio 3**

In un piano verticale  $O, x, y$  con  $y$  asse verticale ascendente, si consideri un punto materiale pesante  $P$  di massa  $m$  vincolato ad una guida liscia di equazioni

$$y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}x^4;$$

un'asta di massa trascurabile e lunghezza  $l = 1$  collega il punto  $P$  ad un punto materiale pesante  $Q$  di massa  $M > m$ . Si chiede di determinare le frequenze delle piccole oscillazioni attorno agli equilibri stabili ed i relativi modi normali di oscillazione.

**Quesiti di teoria**

**obbligatorio:** dedurre le equazioni di Lagrange per una particella soggetta a vincoli olonomi, ideali ed indipendenti dal tempo.

**facoltativo:** calcolare la sezione d'urto di una sfera rigida.