

Ultimo aggiornamento: 19 gennaio 2012

## CURRICULUM VITAE

ELISABETTA ROCCA

**Nome:** Elisabetta;

**cognome:** Rocca;

**data di nascita:** 28 agosto 1976;

**cittadinanza:** italiana;

**stato civile:** coniugata;

**uff.:** Università di Milano, Dipartimento di Matematica, via Saldini 50, Mi;

**tel. uff.:** 02 503 16182;      **fax:** 02 503 16090;

**e-mail:** elisabetta.rocca@unimi.it

**sito web:** [www.mat.unimi.it/~rocca/](http://www.mat.unimi.it/~rocca/)

## CURRICULUM SCIENTIFICO-PROFESSIONALE

### ESPERIENZE LAVORATIVE

- ◇ **Professore Associato** (da novembre 2010) in Analisi Matematica (settore MAT/05) presso l'Università degli Studi di Milano (Dipartimento di Matematica).
- ◇ Ricercatore (da gennaio 2004 ad ottobre 2010) in Analisi Matematica (settore MAT/05) presso l'Università degli Studi di Milano (Dipartimento di Matematica).
- ◇ Titolare per il periodo dal luglio al dicembre 2003 di un assegno di ricerca in Analisi Matematica presso il Dipartimento di Matematica dell'Università degli Studi di Pavia.

### TITOLI DI STUDIO

- ◇ Dottore di ricerca in Matematica e Calcolo Scientifico (dal 19/2/2004) presso l'Università degli Studi di Pavia, con una tesi di dottorato dal titolo *Some phase transition models of Penrose-Fife type*, relatore Prof. Gianni Gilardi (Università di Pavia).
- ◇ Diplomata presso la Scuola Avanzata di Formazione Integrata (SAFI) di Pavia con "Diploma di Formazione Superiore post-laurea" il 18 dicembre 2002.

- ◇ Laureata il 1 luglio 1999 in Matematica, presso l'Università degli Studi di Pavia, con la votazione finale di 110/110 e lode, con una tesi dal titolo *Analisi asintotica rispetto al parametro di rilassamento in tempo di un modello di campo di fase conservativo con memoria*, relatore Prof. Pierluigi Colli (Università di Pavia).
- ◇ Diplomata presso il liceo scientifico “C. Golgi” di Broni (PV) nel luglio 1995, con la votazione finale di 60/60.

#### PREMI E RICONOSCIMENTI

- ◇ *Principal Investigator* del Progetto **ERC Starting Independent Research Grant 2010** “Entropy formulation of evolutionary phase transitions - EntroPhase”, a partire dall'1 aprile 2011.
- ◇ Vincitrice del premio SAFI (Scuola Avanzata di Formazione Integrata di Pavia), per l'anno Accademico 2002/2003.
- ◇ Vincitrice del premio SAFI (Scuola Avanzata di Formazione Integrata di Pavia), per l'anno Accademico 2001/2002.
- ◇ Vincitrice del Premio di Laurea “Luigi Berzolari”, biennio 1997/98 e 1998/99.

#### INVITI PRESSO ENTI DI RICERCA STRANIERI

Per periodi che variano dalle 2 alle 4 settimane:

- ◇ 2010, 2011: Presso il *WIAS–Wierstrass institute for applied analysis and stochastics* (Berlino, Germania) e presso il *Mathematical Institute of the Academy of Sciences* (Praga, Repubblica Ceca).
- ◇ 2009: Presso il *Mathematical Institute of the Academy of Sciences* (Praga, Repubblica Ceca).
- ◇ 2008: Presso il *Mathematical Institute of the Academy of Sciences* (Praga, Repubblica Ceca) e presso il *WIAS–Wierstrass institute for applied analysis and stochastics* (Berlino, Germania).
- ◇ 2007: Junior researcher presso il *Necas Center for Mathematical Modelling* (Praga, Repubblica Ceca)
- ◇ 2007, 2006, 2005, 2004: Presso il *WIAS–Wierstrass institute for applied analysis and stochastics* (Berlino, Germania)
- ◇ 2003: Presso il *Laboratoire Central des Ponts et Chaussées* (Parigi, Francia), nell'ambito del progetto *TMR, Phase transitions in crystals*

#### PARTECIPAZIONE A PROGRAMMI DI RICERCA EUROPEI, NAZIONALI E LOCALI

- ◇ *Principal Investigator* del Progetto ERC Starting Independent Research Grant 2010 “Entropy formulation of evolutionary phase transitions - EntroPhase”.

- ◇ Coordinatore del Progetto Gnampa 2010 *Analisi di modelli ad interfaccia diffusa di fluidi interagenti*.
- ◇ Coordinatore del Progetto Pur 09 *Analisi matematica e stocastica di modelli applicativi*, presso l'Università degli Studi di Milano.
- Progetto Prin 08 *Problemi inversi per equazioni di evoluzione*, coordinato da Giovanni Alessandrini.
- Progetto Gnampa 2009 *Analisi matematica di formulazioni energetiche ed entropiche per problemi non-smooth in termomeccanica*, coordinato da Elena Bonetti.
- Progetto 2008 *Modelli matematici in scienza dei materiali Modèles mathématiques en science des matériaux*, nell'ambito del Programma Galileo di cooperazione scientifica Italia-Francia, coordinato da Giulio Schimperna (il coordinatore della parte francese del progetto è il Professor Alain Miranville dell'Università di Poitiers).
- Progetto Gnampa 2008 *Equazioni di evoluzione nelle scienze dei materiali come sistemi dinamici infinito-dimensionali*, coordinato da Giulio Schimperna.

#### ATTIVITÀ DI REFEREE

- ◇ Advances in Mathematical Sciences and Applications
- ◇ Banach Center Publications
- ◇ Discrete and Continuous Dynamical Systems
- ◇ International Journal of Differential Equations
- ◇ Journal of Differential Equations
- ◇ Journal of Evolution Equations
- ◇ Mathematical Methods in the Applied Science
- ◇ Mathematical Modelling and Numerical Analysis
- ◇ Nonlinear Analysis: Modelling and Control
- ◇ Nonlinear Analysis Series A: Theory, Methods & Applications
- ◇ *Reviewer per Mathematical Reviews*

#### ORGANIZZAZIONE DI CONVEGNI INTERNAZIONALI

- ◇ *PDEs for multiphase advanced materials (ADMAT2012)*, Cortona, Arezzo, dal 17 al 21 settembre 2012.
- ◇ *Interfaces and discontinuities in Solids, Liquids and Crystals (INDI2011)*, Gargnano, Bs, dal 20 al 23 giugno 2011.

- ◇ *Direct, Inverse and Control Problems for PDE's (DICOP)*, tenutosi a Cortona, dal 22 al 26 settembre 2008.
- ◇ *Inverse and Direct Problems*, tenutosi a Cortona dal 20 al 24 giugno 2005.
- ◇ *Inverse and Control Problems for PDE's (ICOP)*, tenutosi a Roma dal 13 al 16 marzo 2006.
- ◇ *Direct, Inverse and Control Problems for PDE's (DICOP)*, tenutosi a Roma dal 25 al 28 giugno 2007.

#### COORDINAMENTO TESI

- ◇ Coordinatore di una Tesi di Laurea Specialistica presso l'Università degli Studi di Milano nell'Anno Accademico 2010/2011.
- ◇ Coordinatore di una Tesi di Laurea Specialistica presso l'Università degli Studi di Milano nell'Anno Accademico 2009/2010.
- ◇ Coordinatore di due Tesi di Laurea Triennale presso l'Università di Milano nell'Anno Accademico 2008/2009.

#### SEMINARI SU INVITO

- ◇ 8 Febbraio 2011: *On a quasilinear multi-phase system with nonconstant specific heat and heat conductivity*, WIAS, Berlino, Germania.
- ◇ 16 Novembre 2010: *On a non-isothermal model for nematic liquid crystals*, WIAS, Berlino, Germania.
- ◇ 27 Ottobre 2010: *A diffuse interface model for two phase compressible fluids*, al "Langenbach-Seminar", WIAS, Berlino, Germania.
- ◇ 4 Novembre 2008: *Degenerating PDEs for phase transitions in thermoviscoelastic materials*, WIAS, Berlino, Germania.
- ◇ 29 Agosto 2007: *Analysis of a nonlinear degenerating PDE system for phase transitions in thermoviscoelastic materials*, WIAS, Berlino, Germania.
- ◇ 25 Ottobre 2006: *A dual formulation for a class of phase-field systems: existence and long-time behaviour of solutions* al "Langenbach-Seminar", WIAS, Berlino, Germania.
- ◇ 10 Gennaio 2006: *Modelli di transizione di fase non locali*, al "Seminario di Matematica Applicata", IMATI-CNR, Pavia.
- ◇ 24 Novembre 2004: *Existence of a global attractor for some singular phase transition systems*, al "Langenbach-Seminar", WIAS, Berlino, Germania.
- ◇ 6 Novembre 2003: *Universal attractor for some singular phase transition systems*, all'Università di Poitiers, Poitiers, Francia.

## CONFERENZE SU INVITO A CONVEGNI INTERNAZIONALI

- ◇ 14 Settembre 2011: *Analysis of a non-isothermal model for nematic liquid crystals*, presso la 25th IFIP TC 7 Conference 2011 - System Modeling and Optimization, Berlino (Germania).
- ◇ 18 Dicembre 2010: *A non-isothermal model for nematic liquid crystals*, presso il “Workshop on the occasion of 5th anniversary of the foundation of Jindrich Necas Center for Mathematical Modeling”, Praga (Repubblica Ceca).
- ◇ 04 Settembre 2010: *Degenerating PDE’s for phase transitions in thermoviscoelastic materials*, presso il Convegno “PDE’s, semigroup theory and inverse problems”, Bologna (Italia).
- ◇ 27 Maggio 2010: *Liquid-solid phase transitions in a deformable container*, presso l’“8th AIMS International Conference on Dyn. Systems, Diff. Equations and Applications”, Dresda (Germania)
- ◇ 10 Luglio 2009: *A model of phase-field for two-phase compressible fluids*, presso il Workshop “Mathematical Models and Analytical Problems for Special Materials”, Brescia (Italia).
- ◇ 2 Luglio 2009: *A bottle in a freezer*, presso il Convegno “EEMMAS Evolution Equations and Mathematical Models in the Applied Sciences”, Taranto (Italia).
- ◇ 24 Ottobre 2008: *Weak solutions to Frémond’s full model of phase transitions*, presso l’“International WORKSHOP Phase Transitions and Optimal Control”, WIAS, Berlino, Germania.
- ◇ 18 Maggio 2008: *Some results on phase change models with microscopic movements* presso l’“AIMS’ Seventh International Conference on Dynamical Systems, Differential Equations, and Applications”, Arlington, Texas (USA).
- ◇ 28 Novembre 2007: *A nonlinear degenerating PDE system for phase transitions in thermoviscoelastic materials*, presso l’International Conference on Free Boundary Problems. *Nonlinear Phenomena with Energy Dissipation: Mathematical Analysis, Modelling and Simulation*, Chiba (Japan).
- ◇ 1 Novembre 2007: *A new dual approach for a class of phase transitions with memory*, al Workshop *Fluid-Structure Interactions and Related Topics*, presso il Necas Center for Mathematical Modelling, Prague (Czech Republic).
- ◇ 18 Settembre 2006: *Asymptotic analyses of singular phase-field models*, al convegno *Evolution Equations: Direct and Inverse Problems*, Bologna.
- ◇ 15 Luglio 2006: *Long-time behaviour of solutions of a singular integro-differential phase-field system*, al convegno “Mathematical Models and Analytical Problems for Special Materials”, Salò, Brescia.
- ◇ 25 Giugno 2006: *Nonlocal phase field models*, all’“AIMS’ Sixth International Conference on Dynamical Systems, Differential Equations, and Applications”, Poitiers (France).

- ◇ 30 Novembre 2005: *Phase change with voids and bubbles*, al convegno “Dynamics of Phase Transitions”, WIAS, Berlin (Germany).
- ◇ 24 Giugno 2004: *Evolution equations arising from nonlocal phase separation models*, al convegno “Evolution equations: Inverse and Direct Problems”, Cortona, Arezzo.
- ◇ 17 Giugno 2004: *Universal attractor for some phase transition systems of Penrose-Fife type*, all’“AIMS’ fifth international conference on dynamical systems and differential equations”, Pomona, California (USA).
- ◇ 28 Giugno 2001: *Modello di campo di fase di Penrose-Fife conservativo con memoria*, al convegno “Modelli matematici e problemi analitici per materiali speciali”, Cortona, Arezzo.

#### COMUNICAZIONI A CONVEGNI INTERNAZIONALI

- ◇ Partecipazione alla conferenza *Equadiff 12*, Brno (Czech Republic), dal 19 al 24 luglio 2009 con una comunicazione dal titolo “*A phase-field model for two-phase compressible fluids*”.
- ◇ Partecipazione al *XVIII Congresso dell’Unione Matematica Italiana*, Bari, dal 24 al 29 settembre 2007 con una comunicazione dal titolo “*Modelli di transizione di fase nonlocali*”.
- ◇ Partecipazione al convegno *Colloquium Lagrangianum*, tenutosi a Scilla, Reggio Calabria dal 7 al 10 dicembre 2006 con una comunicazione dal titolo “*Formulazione duale per un modello di transizione di fase: buona positura e comportamento per tempi lunghi*”.
- ◇ Partecipazione al convegno *Recent Advances in Free Boundary Problems and Related Topics*, tenutosi a Levico, 14-16 settembre 2006, con una comunicazione dal titolo “*A nonlocal phase-field model with nonconstant specific heat*”.
- ◇ Partecipazione al convegno *Modellizzazione Matematica ed Analisi dei Problemi a Frontiera Libera*, tenutosi a Montecatini (Lucca), il 29 e 30 settembre 2005, con una conferenza dal titolo “*Global existence for nonlocal temperature-dependent phase-field models*”.
- ◇ Partecipazione al convegno *Inverse and Direct Problems*, tenutosi a Cortona dal 20 al 24 giugno 2005, con una conferenza dal titolo “*Nonlocal temperature-dependent phase-field models for non-isothermal phase transitions*”.
- ◇ 18 maggio 2005: conferenza dal titolo “*Modelli di transizione di fase nonlocali rispetto alla fase ed alla temperatura*” al *seminario di Analisi Nonlineare* presso l’Università degli Studi di Milano.
- ◇ Partecipazione al convegno *Free boundary problems: theory and applications*, tenutosi a Coimbra (Portogallo) dal 7 al 12 giugno 2005, con una conferenza (all’interno di una *Discussion session*) dal titolo “*A phase transition model with the possibility of voids*”.
- ◇ Partecipazione al workshop *Direct and Inverse Problems in Evolution Equations*, tenutosi a Rimini dal 17 al 19 marzo 2005, con una conferenza dal titolo “*Identification problems in phase-field systems with memory*”.

- ◇ Partecipazione alla scuola estiva *EVEQ 2004 - Sixth International Summer School on Evolution Equations* tenutasi a Praga dal 12 al 16 luglio 2004, con un poster (e breve comunicazione) dal titolo “*Global attractor for a parabolic hyperbolic Penrose-Fife phase field model*”.
- ◇ Partecipazione al convegno *Evolution Problems* in memoria di Brunello Terreni, tenutosi a Rapallo il 26 e 27 marzo 2004, con una comunicazione dal titolo “*Longtime behaviour for some singular phase transition systems*”.
- ◇ Partecipazione all’ *Alghero Meeting 2004 (TMR - Phase transitions in crystalline solids)* tenutosi ad Alghero (Sassari), il 9 e 10 gennaio 2004, con una comunicazione dal titolo “*A phase transition model with the possibility of void*”.
- ◇ Partecipazione al *XVII convegno dell’UMI*, tenutosi a Milano dall’8 al 13 settembre 2003, con una comunicazione dal titolo “*Alcuni modelli di campo di fase di tipo Penrose-Fife*”.
- ◇ Partecipazione al convegno *Materiali speciali e memorie: problemi modellistici e analitici* tenutosi a Salò (Brescia) dal 3 al 5 luglio 2003, con una comunicazione dal titolo “*Attrattore universale per sistemi di transizione di fase singolari*”.
- ◇ Partecipazione al *Workshop free boundary problems in the applied sciences*, tenutosi a Montecatini (Lucca), il 10 e 11 Aprile, 2003, con una comunicazione dal titolo “*Continuous dependence and asymptotic analysis for some systems of Penrose-Fife type (part II)*”.
- ◇ Partecipazione al *Third Meeting on Inverse and Direct Problems and Applications* presso Palazzo Feltrinelli, Gargnano (Brescia), dal 31 marzo al 4 Aprile, 2003, con una comunicazione dal titolo “*On a conserved Penrose-Fife system with Fourier heat flux law*”.
- ◇ Partecipazione al convegno *Materiali speciali e memorie: problemi modellistici e analitici* tenutosi a Salò dal 4 al 6 luglio 2002, con una comunicazione dal titolo “*Su un modello conservativo di tipo Penrose-Fife con memoria*”.
- ◇ Partecipazione al convegno *Free boundary problems: theory and applications* tenutosi a Trento dal 5 all’8 giugno 2002, con presentazione di un poster dal titolo “*Conserved Penrose-Fife system with Fourier heat flux law*”.
- ◇ Partecipazione alla *Fourth European Conference on Elliptic and Parabolic problems: Theory and Applications* tenutasi a Gaeta, dal 24 al 28 settembre 2001, con una comunicazione dal titolo “*Some conserved phase field models with memory*”.
- ◇ Partecipazione al *Workshop in nonlinear differential equations* tenutosi dal 9 al 13 luglio 2001 a Bergamo con una comunicazione dal titolo “*Some conserved phase field models with memory*”.
- ◇ Partecipazione al convegno *IPERBS*, a Brescia dal 30 novembre al 2 dicembre 2000, con una comunicazione dal titolo “*Analisi asintotica rispetto al parametro di rilassamento in tempo di un modello di campo di fase conservativo con memoria*”.

PARTECIPAZIONI A CONVEGNI E SCUOLE

- ◇ Alla scuola estiva *EVEQ 2004 - Seventh International Summer School on Evolution Equations*, Praga dal 15 al 22 giugno 2008.
- ◇ Al convegno *Direct, Inverse and Control Problems for PDE's (DICOP)*, Roma, dal 25 al 28 giugno 2007.
- ◇ Al convegno *Inverse and Control Problems for PDE's (ICOP)*, Roma, dal 13 al 16 marzo 2006.
- ◇ Alla scuola *Lectures on transport equations and multi-D hyperbolic conservation laws* tenutasi a Bologna dal 17 al 20 gennaio 2005.
- ◇ Partecipazione all' *Incontro di studio in memoria di Eugenio Beltrami*, il 15 ottobre 2004 presso l' Istituto Lombardo, Milano.
- ◇ Al *Convegno per il centenario dalla nascita di Fulvio Ricci*, il 28 settembre 2004 presso il Dipartimento di Matematica dell'Università degli Studi di Milano.
- ◇ Alla scuola estiva *EVEQ 2004 - Sixth International Summer School on Evolution Equations* tenutasi a Praga dal 12 al 16 luglio 2004.
- ◇ Al convegno *FBP 2004 - Free Boundary Problems in Biomathematics, Multiscaling, Infinite-Dimensional Dynamical Systems*, tenutosi a Montecatini Terme dal 10 al 12 giugno 2004.
- ◇ Al *Colloquium lagrangianum*, tenutosi a Montpellier (France) dal 20 al 22 novembre 2003.
- ◇ Al convegno *Nonlinear evolution problems*, tenutosi a Roma dal 28 al 31 gennaio 2003.
- ◇ Al convegno *Recent advances on calculus of variations and PDE's* tenutosi a Pisa dal 7 al 9 novembre 2002.
- ◇ Al convegno internazionale sul tema *Whence boundary conditions in modern and continuum physics?*, tenutosi all'Accademia Nazionale dei Lincei (Roma) dal 14 al 16 ottobre 2002.
- ◇ Alla *Spring school on calculus of variations*, tenutasi alla Scuola Normale Superiore di Pisa dal 20 al 25 maggio 2002.
- ◇ Alla scuola dal titolo *Alcuni temi di analisi matematica non lineare*, dal 3 all'8 febbraio 2002, presso la Facoltà di Scienze dell'Università degli Studi di Trento.
- ◇ Al convegno su *Problemi a frontiera libera* dal 14 al 15 giugno 2001 a Montecatini (Lucca).
- ◇ Alla CNA 2001 Summer School su *Multiscale problems in nonlinear analysis* dal 31 maggio 2001 al 9 giugno 2001 alla Carnegie Mellon University, Pittsburgh, PA (USA).
- ◇ Al convegno in memoria del Professor Brunello Terreni, svoltosi a Milano nei giorni 27 e 28 settembre 2000.
- ◇ Alla scuola *Mathematical Aspects of Evolving Interfaces* tenutasi a Funchal, Madeira (Portogallo), dal 3 al 9 luglio 2000.

- ◇ Al convegno intitolato *Giornate di studio sulle equazioni integrodifferenziali alle derivate parziali e applicazioni*, svoltosi a Salò (BS), dal 23 al 24 giugno 2000.
- ◇ Al convegno *Phase Transitions and Interfaces in Evolution Equations: analysis, control, and approximation*, tenutosi a Santa Margherita Ligure dall'8 al 12 febbraio 2000.
- ◇ Al Workshop *Phase Transitions and dissipation Phenomena*, svoltosi presso il Politecnico di Milano dal 6 settembre 1999 al 10 settembre 1999.

## ATTIVITÀ SCIENTIFICA

L'attività di ricerca svolta si è concentrata sullo studio analitico di sistemi di equazioni alle derivate parziali che descrivono il fenomeno delle transizioni di fase. In particolare si sono affrontati problemi di

- ◇ buona positura, regolarità, identificazione di nuclei di convoluzione in modelli di tipo Caginalp con memoria;
- ◇ esistenza di attrattori per modelli di transizione di fase in materiali a memoria di forma;
- ◇ buona positura, regolarità e comportamento asintotico per tempi lunghi di
  - ✓ modelli di tipo Penrose-Fife con o senza memoria;
  - ✓ modelli di transizione di fase governati da un'equazione dell'entropia, includendo la possibilità della creazione di bolle o di avere una memoria termica;
  - ✓ modelli di transizione e separazione di fase non locali in spazio;
  - ✓ modelli di transizione di fase con movimenti microscopici.

I risultati ottenuti (ed elencati qui di seguito), oltre ad un interesse di tipo teorico, presentano anche motivazioni applicative nei settori della meccanica e dell'ingegneria. Per esempio, si possono citare fenomeni di scioglimento e raffreddamento in sistemi solido-liquidi, processi di separazione di fase in leghe a multi-componenti o in misture, cambiamenti di configurazione cristallina nei solidi e transizioni ferromagnetiche-paramagnetiche. Questi ultimi aspetti sono stati sviluppati in alcune collaborazioni scientifiche con esperti del settore. Sono rilevanti a riguardo le collaborazioni con Michel Frémond dell'*Università di Roma Tor Vergata ed Ecole Normale Supérieure de Cachan, Paris*, con Pavel Krejčí dell'*Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic* e Jürgen Sprekels del *WIAS–Wierstrass Institute for Applied Analysis and Stochastics, Berlin* e con Eduard Feireisl e Hana Petzeltová dell'*Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic, Prague*.

La teoria moderna delle transizioni di fase può far riferimento ai modelli proposti da J. Stefan (1889) per l'evoluzione dei ghiacci polari. Un passo fondamentale sulla via della modellizzazione dei fenomeni di transizione di fase è stato quello della proposta della formulazione debole del problema di Stefan basata sull'introduzione di una variabile caratteristica della fase in cui il materiale si trova: che assuma valore 0 (1, rispettivamente) in presenza di una fase puramente solida (liquida, rispettivamente) e che prenda i valori compresi tra 0 e 1 nelle regioni di miscela solido-liquida. Questa variabile, chiamata *parametro d'ordine*, coincide, per esempio, con la magnetizzazione nelle transizioni di fase ferromagnetiche-paramagnetiche e con la concentrazione di una delle due componenti in una lega binaria nel caso delle separazioni di fase. I modelli fenomenologici associati si denominano *modelli di phase-field*: nel

caso di sistemi termodinamici, essi consistono di un'equazione per la temperatura (assoluta o relativa) e di una per il *parametro d'ordine*.

I problemi ai limiti e valori iniziali per sistemi di equazioni alle derivate parziali che descrivono la tipologia dei problemi considerati sono in generale fortemente non lineari e eventualmente singolari (vedi ad esempio [2, 20]) o degeneri (vedi ad esempio [28]).

Diamo ora una breve descrizione dei lavori riguardanti i modelli di tipo Caginalp con memoria. In [1] e [8], si studiano modelli di *phase-field* di tipo Caginalp con memoria dal punto di vista del problema diretto: ci si occupa cioè di trovare la buona positura per i sistemi di EDP ottenuti accoppiando un'equazione di Volterra per il bilancio dell'energia interna (che descriva l'evoluzione della temperatura relativa) e contenente un nucleo di memoria temporale con un'inclusione (in quanto l'equazione risultante contiene un operatore massimale e monotono possibilmente multivoco) parabolica del quart'ordine che regola l'evoluzione del parametro d'ordine. Invece in [13] e [17], in collaborazione con Alfredo Lorenzi (Università di Milano) e Giulio Schimperna (Università di Pavia) si è studiato lo stesso modello analizzato in [8] dal punto di vista del problema inverso: lo scopo è quello di identificare (con un'informazione aggiuntiva sulla temperatura) il nucleo di memoria sopra citato e poi (in [17]) l'idea è quella di approssimare questo problema debolmente mal posto con una famiglia di problemi approssimanti ben posti (ottenuti tramite una scelta opportuna di dati), dipendenti da due parametri che vanno a zero concordemente. Infine, in [21], [26], in collaborazione con A. Lorenzi, abbiamo studiato la buona positura del problema diretto e di quello inverso (localmente in tempo) per modelli di transizione di fase nonlineari e completamente iperbolici, in cui due nuclei di memoria vengono determinati (localmente in tempo) supponendo di conoscere due informazioni aggiuntive sulla temperatura.

Riguardo invece ai problemi di transizione di fase di tipo Penrose-Fife, in [2–7, 9–12, 15, D], in collaborazione con Pierluigi Colli, Gianni Gilardi e Giulio Schimperna (Università di Pavia), si sono studiati generalizzazioni di modelli di *phase-field* di tipo Penrose-Fife introdotti da O. Penrose e P.C. Fife nel 1989 in alternativa al modello di Caginalp. I sistemi di EDP risultanti si presentano fortemente nonlineari e singolari nella temperatura. In [2–7, 9, 12, D] sono stati affrontati problemi di buona positura e regolarità per opportune formulazioni variazionali di tali sistemi, mentre in [10], [11] e [15] si è studiata la questione (allora nuova in letteratura) dell'esistenza di attrattori per modelli di Penrose-Fife singolari, nonlineari parabolici e parabolici/iperbolici.

Anche in [16], in collaborazione con Pierluigi Colli (Università di Pavia), Michel Frémond (Università di Roma Tor Vergata ed Ecole Normale Supérieure de Cachan, Paris) e Ken Shirakawa (Kobe University, Japan), abbiamo studiato il comportamento per tempi lunghi (in termini di attrattori), ma per un sistema che descrive l'evoluzione di materiali con memoria di forma, introdotto da Michel Frémond e già studiato dal punto di vista degli attrattori (ma solo in una dimensione di spazio) in un altro lavoro di due degli autori (P. Colli e K. Shirakawa).

In [20] e in [24] (in collaborazione con Elena Bonetti (Università di Pavia) e Michel Frémond (Università di Roma Tor Vergata ed Ecole Normale Supérieure de Cachan, Paris)) e in [18] (in collaborazione con Gianni Gilardi (Università di Pavia)) abbiamo portato a termine, rispettivamente, le analisi asintotiche, al tendere all'infinito della variabile temporale, e a zero del coefficiente di energia di interfaccia nel funzionale di energia libera, per un sistema di transizioni di fase singolare e nonlineare proveniente da una recente reinterpretazione dell'equazione di bilancio dell'energia interna tramite l'*entropia* del sistema (teoria estesa in [24] al caso di operatori nonlineari più generali). Abbiamo ottenuto in [20] un'analisi

dell' $\omega$ -limite e la convergenza delle soluzioni allo stato stazionario per opportune scelte dei dati e delle nonlinearità coinvolte. In [18] invece abbiamo dedotto la convergenza del sistema parabolico di EDP al corrispondente modello di *phase relaxation* in un opportuno senso generalizzato nel caso di nonlinearità sufficientemente generali. In [24] inoltre, per un sistema di campo di fase singolari che accoppiano un'equazione di bilancio dell'entropia e un'equazione di tipo Cahn-Hilliard per l'evoluzione della variabile di fase (del quart'ordine in spazio), abbiamo provato buona positura e abbiamo analizzato il comportamento per tempi lunghi delle soluzioni identificando gli elementi dell' $\omega$ -limite (in spazi funzionali opportuni) con le soluzioni del corrispondente problema stazionario.

In [14], in collaborazione con Michel Frémond (Università di Roma Tor Vergata ed Ecole Normale Supérieure de Cachan, Paris), abbiamo esteso gli studi sui sistemi con *bilancio dell'entropia* (cfr., e.g., [20]) ad un modello di transizioni di fase in cui ci sia la possibilità della creazione di vuoto o bolle. In letteratura infatti si trovano molti lavori su modelli di transizioni di fase in cui nè vuoto nè sovrapposizione possano avvenire, mentre [14] si inserisce come un primo tentativo di modellizzare la situazione fisica delle transizioni di fase acqua/ghiaccio (per esempio) in cui può verificarsi la creazione di bolle durante la transizione di fase. In [29] abbiamo poi esteso questa teoria al caso in cui le due fasi del materiale soggetto a transizioni di fase abbiano densità diverse. Abbiamo provato in [29] la buona positura del sistema di EDP risultante. In fine in [34] abbiamo trattato il caso in cui vuoti o bolle possano presentarsi in modelli di transizioni di fase per materiali a memoria di forma (SMA). Anche in questo caso abbiamo dimostrato la buona positura del sistema di EDP risultante che accoppia un'equazione vettoriale per le variabili di fase (che rappresentano le proporzioni locali delle fasi martensitiche e austenitiche), un'equazione di bilancio della massa, l'equazione dei movimenti macroscopici ("stress-strain relation") e la legge di bilancio dell'entropia del sistema.

In [19], [22], [25], [37] abbiamo analizzato, in collaborazione con Pierluigi Colli (Università di Pavia), Pavel Krejčí (Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic) e Jürgen Sprekels (WIAS, Berlin), modelli di transizione e separazione di fase non locali in spazio. In questi lavori si è riconsiderata un'idea già contenuta nel lavoro di J. D. van der Waals del 1893 di sostituire il termine di tipo gradiente quadro della variabile di fase  $\chi$  nell'energia libera del sistema con un termine non locale in spazio (di tipo convolutivo, con nucleo di convoluzione che dipenda dalla variabile spaziale), che tenga quindi conto anche delle interazioni a lungo raggio tra le particelle e non solo di quelle tra particelle vicine. In particolare, in [25] abbiamo studiato (dal punto di vista della buona positura e del comportamento per tempi lunghi) un'equazione di evoluzione nonlineare generale che proviene da modelli di separazione di fase, ma che è molto più generale e può quindi includere altri modelli significativi, mentre in [19] e [22] si sono studiati modelli di *phase-field* (non locali, appunto) in cui l'inclusione differenziale ordinaria per la fase fosse accoppiata all'EDP di bilancio dell'energia per la temperatura. In [37] abbiamo considerato il caso quasilineare in cui si considerassero non costanti sia il calore specifico che la conducibilità termica nella legge di bilancio dell'energia interna del sistema. Inoltre abbiamo considerato il caso di transizioni multifase nonlocali in cui quindi l'inclusione differenziale per il parametro di fase fosse vettoriale.

In [30], in collaborazione con Eduard Feireisl e Hana Petzeltová (Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic) abbiamo dimostrato l'esistenza di soluzioni deboli per il modello di transizioni di fase che tiene conto degli effetti dei movimenti microscopici (introdotto in [M. Frémond: Non-smooth thermomechanics, Springer-Verlag, Berlin, 2002]). Tale modello accoppia un'equazione nonlineare per la variabile di fase ad

un'equazione di bilancio dell'energia in cui la presenza dei sorgenti di calore date dagli effetti dei movimenti microscopici si tramutano nell'equazione alle derivate parziali in termini non-lineari quadratici nelle velocità. Proprio la presenza di queste forti nonlinearità ha fatto sì che questo problema non abbia trovato ancora soluzione almeno nei casi di 2 e 3 dimensioni spaziali. In [30] abbiamo dimostrato l'esistenza di soluzioni *deboli*, nel senso che esse soddisfano l'equazione dei movimenti microscopici per la fase e la conservazione dell'energia del sistema e una disuguaglianza dell'entropia, che esprime il fatto che l'entropia del sistema è controllata dalla dissipazione. La regolarità *classica* è dimostrata in [30] solo in caso la legge di flusso di calore è del tipo  $\mathbf{q} = -k(\theta)\nabla\theta$  e la conducibilità termica  $k$  risulti con crescita super cubica all'infinito.

In [27] e [28] (in collaborazione con Riccarda Rossi (Università di Brescia)) sono stati introdotti e studiati modelli di transizione di fase (che tengono conto della teoria dei movimenti microscopici di Michel Frémond) in cui anche le proprietà strutturali del materiale possono influenzare la transizione di fase. In particolare, in transizioni di fase solido-liquido vengono considerate le proprietà di elasticità del materiale in fase solida e di viscosità del materiale in fase liquida. Il sistema di EDP risultante accoppia le equazioni per la fase e per la temperatura assoluta (che risultano fortemente nonlineari) ad un'equazione per le deformazioni che tiene conto anche delle accelerazioni (iperbolica dunque) e che risulta degenera, nel senso che il coefficiente della parte principale dell'operatore differenziale degenera al tendere a zero o ad uno (che corrispondono alle fasi pure del sistema) della variabile di fase  $\chi$ .

In [31], [32] e [35], in collaborazione con Pavel Krejčí (Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic) e Jürgen Sprekels (WIAS, Berlin), abbiamo proposto un modello per la solidificazione di un liquido contenuto in una bottiglia elastica e raffreddato. L'obiettivo principale è stato quello di includere e spiegare l'occorrenza di tensioni e sforzi all'interno del contenitore sia in presenza che in assenza di gravità. Come sottoprodotto abbiamo derivato anche una formula per il calcolo del coefficiente di "undercooling" in termini delle costanti elasticità, del calore latente e del coefficiente di espansione termica del materiale. Abbiamo dimostrato inoltre la buona positura del sistema di EDP risultante che accoppia un'equazione alle derivate parziali, un'equazione integrodifferenziale e un'inclusione di evoluzione che regola il comportamento della fase. Infine ci siamo occupati del comportamento per tempi lunghi delle soluzioni e abbiamo dimostrato la convergenza delle soluzioni agli stati stazionari.

In [33], in collaborazione con Eduard Feireisl, Hana Petzeltová (Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic) e Giulio Schimperna (Università di Pavia), abbiamo proposto un modello per che descrive l'evoluzione di un fluido bifase, viscoso, comprimibile e macroscopicamente immiscibile. Abbiamo provato l'esistenza (globale in tempo) di una soluzione debole per il sistema risultante, che accoppia l'equazione di Navier-Stokes comprimibile che governa l'evoluzione della miscela con un'equazione di Allen-Cahn per il parametro d'ordine in 3D e senza ipotesi restrittive sui dati iniziali.

In [36], in collaborazione con Eduard Feireisl (Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic) e Giulio Schimperna (Università di Pavia), abbiamo proposto un modello che descrive l'evoluzione di cristalli liquidi nematici in termini della temperatura assoluta del sistema, del campo delle velocità e del campo delle direzioni, che rappresenta l'orientamento privilegiato delle molecole nell'intorno dei singoli punti. L'evoluzione del sistema è governata dall'equazione di Navier-Stokes incomprimibile con un tensore degli sforzi che dipende dal gradiente delle velocità e dal gradiente del vettore direzione, mentre

i coefficienti di viscosità variano con la temperatura. La dinamica del vettore direzione è descritta da un'equazione parabolica di tipo Ginzburg-Landau che penalizza il fatto che il vettore direzione abbia lunghezza non unitaria. Il sistema è poi accoppiato con l'equazione di bilancio dell'energia interna in cui il flusso di calore dipende anche dal vettore direzione. In [36] si dimostra che il modello è compatibile con le leggi della termodinamica e che il sistema di EDP risultante ha almeno una soluzione globale in tempo. In [39], in collaborazione con Eduard Feireisl (Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic), Giulio Schimperna (Università di Pavia) e anche Michel Frémond (Università di Roma Tor Vergata), abbiamo introdotto un nuovo modello per l'evoluzione non isoterma di cristalli liquidi in cui si tenesse conto anche dell'effetto di "stretching" del vettore direzione. In questo senso, il risultato generalizza risultati precedenti in cui quell'effetto, anche solo per sistemi isoterma, veniva considerato solo in casi particolari quali in caso di viscosità grande o in due dimensioni spaziali.

In [38], in collaborazione con Dietmar Hömberg (WIAS, Berlin), introduciamo un nuovo modello di transizioni di fase solido-liquido generate da un effetto Joule che appare in caso di una saldatura di parti metalliche fatta tramite una resistenza. La novità principale del lavoro è quella di considerare l'accoppiamento tra il problema dei "thermistors" con un modello di "phase-field" considerando anche coefficienti di conducibilità termica ed elettrica dipendenti dalla fase. Il sistema di EDP risultante accoppia un'equazione di bilancio dell'energia interna che presenta un termine nonlineare quadratico nel gradiente della corrente elettrica con un'inclusione differenziale per la variabile di fase e una legge di conservazione della carica elettrica quasistatica. Proviamo qui l'esistenza di almeno una soluzione nel caso 3D e un teorema di regolarità e dipendenza continua delle soluzioni dai dati nel caso di due dimensioni spaziali. L'unicità nel caso in 3D è ancora un problema aperto.

## ELENCO DELLE PUBBLICAZIONI

Nel seguito si elencano le pubblicazioni suddivise in tre gruppi: pubblicazioni stampate su riviste internazionali, pubblicazioni accettate per la pubblicazione e in corso di stampa su riviste internazionali, preprint e lavori presentati per la pubblicazione. Tali pubblicazioni sono riportate in ordine cronologico. Si cita in fine la Tesi di Dottorato, svolta presso l'Università degli Studi di Pavia. bigskip

### LAVORI PUBBLICATI SU RIVISTE INTERNAZIONALI E CONTRIBUTI A VOLUMI SCIENTIFICI

1. E. ROCCA: *Asymptotic analysis of a conserved phase-field model with memory for vanishing time relaxation*, Adv. Math. Sci. Appl., **10** No. 2 (2000), 899–916.
2. E. ROCCA: *The conserved Penrose-Fife phase field model with special heat flux laws and memory effects*, J. Integral Equations Appl., **14** No. 4 (2002), 425–466.
3. E. ROCCA: *Some remarks on the conserved Penrose-Fife phase field model with memory effects*, in "Mathematical Models and Methods for Smart Materials", M. Fabrizio, B. Lazzari, and A. Morro (ed.), Ser. Adv Math. Appl. Sci., **62**, World Scientific Publishing Co. (2002), 313–322.
4. G. GILARDI, E. ROCCA: *Su un modello conservativo di tipo Penrose-Fife con condizioni di Neumann*, Istituto Lombardo (Rend. Sc.) A, **136-137** (2002–2003).

5. E. ROCCA, G. SCHIMPERNA: *The Conserved Penrose-Fife system with Fourier heat flux law*, *Nonlinear Anal.*, **53** (2003), 1089–1100.
6. E. ROCCA, G. SCHIMPERNA: *Singular limits of a conserved Penrose-Fife phase field model with special heat flux laws and memory effects*, *Asymptot. Anal.*, **36** No. 3–4 (2003), 285–301.
7. E. ROCCA: *The Conserved Penrose-Fife System with temperature-dependent memory*, *J. Math. Anal. Appl.*, **287** No. 1 (2003), 177–199.
8. E. ROCCA: *Existence and uniqueness for the parabolic conserved phase field model with memory*, *Commun. Appl. Anal.*, **8** No. 1 (2004), 27–46.
9. P. COLLI, G. GILARDI, E. ROCCA, G. SCHIMPERNA: *On a Penrose-Fife phase-field model with non-homogeneous Neumann boundary condition for the temperature*, *Differential and Integral Equations*, **17** No. 5–6 (2004), 511–534.
10. E. ROCCA, G. SCHIMPERNA: *Universal attractor for some singular phase transition systems*, *Physica D*, **192** (2004), 279–307.
11. E. ROCCA, G. SCHIMPERNA: *Universal attractor for a Penrose-Fife system with special heat flux law*, *Mediterr. J. Math.*, **1** (2004), 109–121.
12. E. ROCCA: *Well-posedness and regularity for a parabolic-hyperbolic Penrose-Fife phase field system*, *Appl. Math.*, **50** No. 5 (2005), 415–450.
13. A. LORENZI, E. ROCCA, G. SCHIMPERNA: *Direct and inverse problems for parabolic integro-differential systems of Caginalp type*, *Adv. Math. Sci. Appl.*, **15** No. 1 (2005), 227–263.
14. M. FRÉMOND, E. ROCCA: *Well-posedness of a phase transition model with the possibility of voids*, *Math. Models Methods Appl. Sci.*, **16** No. 4 (2006), 559–586.
15. E. ROCCA, G. SCHIMPERNA: *Global attractor for a parabolic-hyperbolic Penrose-Fife phase field system*, *Discrete Contin. Dyn. Syst.*, **15** No. 4 (2006), 1192–1214.
16. P. COLLI, M. FRÉMOND, E. ROCCA, K. SHIRAKAWA: *Attractors for the 3D Frémond model of shape memory alloys*, *Chinese Annals of Mathematics, Ser. B*, **27** (2006), 683–700.
17. A. LORENZI, E. ROCCA: *Approximation of an inverse problem for a parabolic integro-differential system of Caginalp type*, in “Dissipative phase transitions” (ed. P. Colli, N. Kenmochi, J. Sprekels), *Series on Advances in Mathematics for Applied Sciences*, Vol. 71, World Sci. Publishing (2006), 151–176.
18. G. GILARDI, E. ROCCA: *Convergence of phase field to phase relaxation governed by the entropy balance with memory*, *Math. Meth. Appl. Sci.*, **29** (2006), 2149–2179.
19. P. KREJČÍ, E. ROCCA, J. SPREKELS: *Nonlocal temperature-dependent phase-field models for non-isothermal phase transitions*, *J. London Math. Soc.*, **76** No. 2 (2007), 197–210.

20. E. BONETTI, E. ROCCA: *Global existence and long-time behaviour for a singular integro-differential phase-field system*, Commun. Pure Appl. Anal, **6** (2007), 367–387.
21. A. LORENZI, E. ROCCA: *Weak solutions for the fully hyperbolic phase-field system of conserved type*, J. Evol. Equ., **7** (2007), 59–78.
22. P. KREJČÍ, E. ROCCA, J. SPREKELS: *A nonlocal phase-field model with nonconstant specific heat*, Interfaces Free Bound., **9** (2007), 285–306.
23. G. GILARDI, E. ROCCA: *Well posedness and long time behaviour for a singular phase field system of conserved type*, IMA J. Appl. Math., **72** (2007), 498–530.
24. E. BONETTI, M. FRÉMOND, E. ROCCA: *A new dual approach for a class of phase transitions with memory: existence and long-time behaviour of solutions*, J. Math. Pures Appl., **88** (2007), 455–481.
25. P. COLLI, P. KREJČÍ, E. ROCCA, J. SPREKELS: *Nonlinear evolution inclusions arising from phase change models*, Czech. Math. J., **57** (2007), 1067–1098.
26. A. LORENZI, E. ROCCA: *Identification of two memory kernels in a fully hyperbolic phase-field system*, J. Inverse Ill-Posed Probl., **16** (2008), 147–174.
27. E. ROCCA, R. ROSSI: *Analysis of a nonlinear degenerating PDE system for phase transitions in thermoviscoelastic materials*, J. Differential Equations, **245** (2008), 3327–3375.
28. E. ROCCA, R. ROSSI: *Global existence of strong solutions to the one-dimensional full model for phase transitions in thermoviscoelastic materials*, Appl. Math., **53** No. 5 (2008), 485–520.
29. M. FRÉMOND, E. ROCCA: *Solid liquid phase changes with different densities*, Quart. Appl. Math., **66** (2008), 609–632.
30. E. FEIREISL, H. PETZELTOVÀ, E. ROCCA: *Existence of solutions to some models of phase changes with microscopic movements*, Math. Meth. Appl. Sci., **32** (2009), 1345–1369.
31. P. KREJČÍ, E. ROCCA, J. SPREKELS: *A bottle in a freezer*, SIAM J. Math. Anal., **41** No. 5 (2009), 1851–1873.
32. P. KREJČÍ, E. ROCCA, J. SPREKELS: *Liquid-solid phase transitions in a deformable container*, contribution to the book “Continuous Media with Microstructure” on the occasion of Krzysztof Wilmanski’s 70th birthday, Springer (2010), 285–300.
33. E. FEIREISL, H. PETZELTOVÀ, E. ROCCA, G. SCHIMPERNA: *Analysis of a phase-field model for two-phase compressible fluids*, Math. Models Methods Appl. Sci., **20** No. 7 (2010), 1129–1160. DOI: 10.1142/S0218202510004544.
34. M. FRÉMOND, E. ROCCA: *A model for shape memory alloys with the possibility of voids*, Discrete Contin. Dyn. Syst., **27** No. 4 (2010), 1633–1659.

35. P. KREJČÍ, E. ROCCA, J. SPREKELS : *Phase separation in a gravity field*, Discrete Contin. Dyn. Syst. Ser. S, **4**, No. 2 (2011), 391–407, doi:10.3934/dcdss.2011.4.391.
36. E. FEIREISL, E. ROCCA, G. SCHIMPERNA: *On a non-isothermal model for nematic liquid crystals*, Nonlinearity, **24** (2011), 243–257.
37. P. COLLI, P. KREJČÍ, E. ROCCA, J. SPREKELS: *A nonlocal quasilinear multi-phase system with nonconstant specific heat and heat conductivity*, J. Differential Equations, **251** (2011), 1354–1387.
38. D. HOEMBERG, E. ROCCA: *A model for resistance welding including phase transitions and Joule heating*, Math. Meth. Appl. Sci. 2011, **34**, 2077–2088.

#### LAVORI IN CORSO DI STAMPA SU RIVISTE INTERNAZIONALI

39. H. PETZELTOVÁ, E. ROCCA, G. SCHIMPERNA, *On the long-time behavior of some mathematical models for nematic liquid crystals*, in corso di stampa su Calc. Var. DOI 10.1007/s00526-012-0496-1, preprint arXiv:0901.1751v2 (2011), 1–19.

#### PREPRINTS

40. E. FEIREISL, M. FRÉMOND, E. ROCCA, G. SCHIMPERNA: *A new approach to non-isothermal models for nematic liquid crystals*, preprint arXiv:1104.1339v1 (2011), 1–21.
41. C. CAVATERRA, E. ROCCA, *On a 3D isothermal model for nematic liquid crystals accounting for stretching terms*, preprint arXiv:1107.3947v1 (2011), 1–14.

#### EDITOR OF THE VOLUMES:

- V1 “New trends in direct, inverse, and control problems for evolution equations”, Discrete Contin. Dyn. Syst. Ser. S, **4**, No. 3 (2011), edited by P. Cannarsa, C. Cavaterra, A. Favini, A. Lorenzi, E. Rocca.

#### TESI DI DOTTORATO

- D. E. ROCCA: *Some phase transition models of Penrose-Fife type*, PhD-Thesis, Università degli Studi di Pavia, 2003.

#### ATTIVITÀ DIDATTICA

- ◇ **Docente** del corso di **Equazioni di Evoluzione** per il *Dottorato in Matematica*, il corso di laurea magistrale in *Matematica* e in *Matematica per le Applicazioni*, Facoltà di Scienze MM FF NN, Università degli Studi di Milano, anno Accademico 2011/2012.

- ◇ **Docente** del corso di **Analisi Matematica 1** per il corso di laurea in *Matematica*, Facoltà di Scienze MM FF NN, Università degli Studi di Milano, anno Accademico 2011/2012.
- ◇ **Esercitatore** del corso di **Complementi di Matematica** (docente Prof. Tarallo) per il corso di laurea in *Informatica*, Facoltà di Scienze MM FF NN, Università degli Studi di Milano, anno Accademico 2011/2012.
- ◇ **Docente** del corso di **Equazioni di Evoluzione** per il *Dottorato in Matematica*, il corso di laurea magistrale in *Matematica* e in *Matematica per le Applicazioni*, Facoltà di Scienze MM FF NN, Università degli Studi di Milano, anno Accademico 2010/2011.
- ◇ **Docente** del corso di **Analisi Matematica 2** per il corso di laurea in *Fisica*, Facoltà di Scienze MM FF NN, Università degli Studi di Milano, anno Accademico 2010/2011.
- ◇ **Docente** del corso di **Istituzioni di Matematica** per il corso di laurea in *Chimica Applicata ed Ambientale*, Facoltà di Scienze MM FF NN, Università degli Studi di Milano, anno Accademico 2010/2011.
- ◇ **Docente** del corso di **Analisi Matematica 2** per il corso di laurea in *Fisica*, Facoltà di Scienze MM FF NN, Università degli Studi di Milano, anno Accademico 2009/2010.
- ◇ **Docente** (insieme a Cecilia Cavaterra (Università di Milano)) del corso di **Equazioni alle derivate Parziali II** per il corso di laurea magistrale in *Matematica* e in *Matematica per le Applicazioni*, Facoltà di Scienze MM FF NN, Università degli Studi di Milano, anno Accademico 2009/2010.
- ◇ **Docente** del corso di **Analisi Matematica 2** per il corso di laurea in *Fisica*, Facoltà di Scienze MM FF NN, Università degli Studi di Milano, anno Accademico 2008/2009.
- ◇ **Docente** (insieme a Cecilia Cavaterra (Università di Milano)) del corso di **Equazioni alle derivate Parziali II** per il *Dottorato in Matematica*, il corso di laurea magistrale in *Matematica* e in *Matematica per le Applicazioni*, Facoltà di Scienze MM FF NN, Università degli Studi di Milano, anno Accademico 2008/2009.
- ◇ **Docente** del corso di **Istituzioni di Matematiche** per il corso di laurea in *Comunicazione Digitale*, Facoltà di Scienze MM FF NN, Università degli Studi di Milano nell'anno Accademico 2007/2008.
- ◇ Esercitazioni (Docente: Prof. Marco Peloso) per il corso di **Istituzioni di Matematica**, corso di laurea in *Informatica per le Telecomunicazioni*, Facoltà di Scienze MM FF NN, Università degli Studi di Milano nell'anno Accademico 2007/2008.
- ◇ Esercitazioni e Lezioni (Docente: Prof. Alfredo Lorenzi) per il corso di **Analisi Matematica IV**, corso di laurea in *Matematica e Matematica per le Applicazioni*, Facoltà di Scienze MM FF NN, Università degli Studi di Milano nell'anno Accademico 2006/2007.
- ◇ **Docente** del corso di **Istituzioni di Matematiche** per il corso di laurea in *Comunicazione Digitale*, Facoltà di Scienze MM FF NN, Università degli Studi di Milano nell'anno Accademico 2006/2007.

- ◇ Esercitazioni e Lezioni (Docente: Prof. Clemente Zanco) per il corso di **Analisi Matematica IV**, corso di laurea in *Matematica e Matematica per le Applicazioni*, Facoltà di Scienze MM FF NN, Università degli Studi di Milano nell'anno Accademico 2005/2006.
- ◇ **Docente** del corso di **Istituzioni di Matematiche** per il corso di laurea in *Comunicazione Digitale*, Facoltà di Scienze MM FF NN, Università degli Studi di Milano nell'anno Accademico 2005/2006.
- ◇ **Docente** del corso di **Istituzioni di Matematiche** per il corso di laurea in *Comunicazione Digitale*, Facoltà di Scienze MM FF NN, Università degli Studi di Milano nell'anno Accademico 2004/2005.
- ◇ Esercitazioni (Docente: Prof. Marco Rigoli) per il corso di **Istituzioni di Matematiche**, corso di laurea in *Informatica*, Facoltà di Scienze MM FF NN, Università degli Studi di Milano nell'anno Accademico 2003/2004.
- ◇ Docente del corso di **Istituzioni di Matematiche** per il corso di laurea in *Comunicazione Digitale*, Facoltà di Scienze MM FF NN, Università degli Studi di Milano nell'anno Accademico 2003/2004.
- ◇ Svolgimento di *esercitazioni, seminari ed assistenza esami* presso l'Università di Pavia nell'anno Accademico 2002/2003 (con il titolo di cultore della materia) dei seguenti corsi
  - ◇ **Elementi di Matematica** (corso di Laurea in Scienze Naturali (I anno), tenuto dalla Dottoressa Ada Pulvirenti).
  - ◇ **Complementi di Analisi Matematica di Base** (corso di Laurea in Matematica (II anno), tenuto dal Professor Alessandro Torelli).
- ◇ Svolgimento di *esercitazioni, seminari ed assistenza esami* nel corso di **Istituzioni di Analisi Superiore** presso l'Università di Pavia (corso di laurea in Matematica (III anno), tenuto dai Professori Gianni Arrigo Pozzi, Colli Pierluigi e dalla Dottoressa Cristiana Bondioli), per l'anno Accademico 2001/2002, con il titolo di cultore della materia.
- ◇ Svolgimento di *esercitazioni, seminari ed assistenza esami* nel corso di **Istituzioni di Analisi Superiore** presso l'Università di Pavia (corso di laurea in Matematica (III anno), tenuto dai Professori Gianni Arrigo Pozzi, Colli Pierluigi e dalla Dottoressa Cristiana Bondioli), nell'anno Accademico 2000/2001, con il titolo di cultore della materia.
- ◇ Svolgimento di *esercitazioni, seminari ed assistenza esami* nel corso di **Analisi I** presso l'Università di Pavia (corso di laurea in Matematica (I anno), tenuto dal Prof. Gianni Gilardi), nell'anno Accademico 1999/2000, con il titolo di cultore della materia.