

Cognome

Nome

Matricola

Analisi Matematica 1 - Corso di Laurea in Matematica

(Proff. C. Cavaterra, M. Salvatori)

19 aprile 2016

(Scrivere uno svolgimento sintetico ma completo)

PREREQUISITI

Determinare l'insieme di definizione della funzione

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{\sin^2 x - 3 \sin x + 2}}$$

esprimendolo come intervallo o unione di intervalli

.....

1. **(PUNTI 6)** Sia data in \mathbb{C} l'equazione

$$(z^4 + 2i)(z^3 - 5|z|\bar{z}) = 0$$

Determinarne il numero di soluzioni e scriverle esplicitamente.

2. **(PUNTI 9)** Tracciare un grafico qualitativo della funzione

$$f(x) = \cosh\left(\frac{|x^2 - x|}{x + 1}\right)$$

evidenziando: insieme di definizione di f , segno di f , eventuali asintoti, insieme di definizione di f' , segno di f' , eventuali punti estremanti, classificazione dei punti in cui f è definita ma non derivabile (non è richiesto lo studio della derivata seconda)

La funzione è uniformemente continua su $[0, +\infty)$?

3. **(PUNTI 4)** Si considerino i sottoinsiemi A_n di \mathbb{R}^2

$$A_n = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{1}{n \log n} \leq x^2 + y^2 \leq \sum_{k=2}^n \frac{1}{k \log k} \right\}, n \in \mathbb{N}, n \geq 2.$$

Determinare gli insiemi

$$B = \cup_{n \geq 2} A_n = \dots\dots\dots$$

$$C = \cap_{n \geq 2} A_n = \dots\dots\dots$$

e stabilire se sono compatti, giustificando brevemente la risposta,

$$B : \dots\dots\dots$$

$$C : \dots\dots\dots$$

4. **(PUNTI 6)** Al variare del parametro reale a determinare la classe limite della successione

$$\frac{\arctan(a^n)}{n^{a+1}}$$

5. (PUNTI 7) a) Data la successione

$$x_n = \exp\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n^4}\right) - 1 - \log\left(1 + \frac{1}{n^2}\right)$$

determinare i parametri c, k tali che

$$x_n \sim \frac{c}{n^k} \quad n \rightarrow +\infty$$

(si ricordi la notazione $\exp x = e^x$).

b) Studiare al variare del parametro reale α il carattere della serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{x_n}{(\log n)^{7+\alpha} \arctan(n^\alpha)}$$