

Cognome..... Nome..... Matricola.....

C.I. in Fisica, ANALISI MATEMATICA 1 (prova scritta)

10 febbraio 2014 proff. M. Salvatori, L. Vesely durata: **90 minuti** versione **A**

1] (4 pt.) Stabilire al variare del parametro  $a \in \mathbb{R}$  il carattere della seguente serie.

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\arctan(n^{3a})}{n^{a-5}}.$$

**Soluzione:**

---

2] (3 pt.) Scrivere in forma algebrica le soluzioni nel campo complesso di

$$(2z - 1)^3 = (1 + i\sqrt{3})^3.$$

**Soluzione:**

---

3] (5 pt.) Siano,  $a, b \in \mathbb{R}$  e si consideri

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{1 - \sqrt[3]{1+x}} & \text{se } x > 0 \\ a \sin x + b \cos x & \text{se } x \leq 0 \end{cases}.$$

Per quali valori dei parametri  $f$  è continua? E per quali è derivabile?

**Soluzione:**

---

4] (4 pt.) Determinare il più ampio intervallo che contiene  $x_0 = 6$  dove la seguente funzione è invertibile.

$$f(x) = \begin{cases} x^2(x-8)^2 & \text{se } x \leq 8 \\ x-16 & \text{se } x > 8 \end{cases}.$$

**Soluzione:**

---

5] (4 pt.) Data la successione

$$x_n = \frac{2 - 5 \sin \frac{n\pi}{2}}{n(-1)^n + 3}.$$

Allora,

$$\limsup_{n \rightarrow +\infty} x_n = \dots, \quad \liminf_{n \rightarrow +\infty} x_n = \dots,$$

La classe limite della successione è:  $\dots$ .

6] (4 pt.) Si considerino i seguenti insiemi

$$A = [-2, 0) \cap \mathbb{Q} \quad , \quad B = \left\{ 1 + \frac{1}{n^2} : n \in \mathbb{N} \right\} \quad , \quad C = (3, 4] \cup A \cup B .$$

Determinare:

$$\overset{\circ}{C} = \dots\dots\dots$$

$$\partial C = \dots\dots\dots$$

$$C' = \dots\dots\dots$$

---

7] (6 pt.) Calcolare il seguente limite.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\text{Ch}(\sin x) - 2e^{x^4} - \frac{1}{2} \sin(x^2) + 1}{x^3 \log(1 - 2x)} .$$

**Scrivere uno svolgimento completo.**

Cognome..... Nome..... Matricola.....

C.I. in Fisica, ANALISI MATEMATICA 1 (prova scritta)

10 febbraio 2014    proff. M. Salvatori, L. Vesely    durata: **90 minuti**    versione **B**

1] (4 pt.) Stabilire al variare del parametro  $a \in \mathbb{R}$  il carattere della seguente serie.

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\arctan(n^{4a})}{n^{a-7}}.$$

**Soluzione:**

---

2] (3 pt.) Scrivere in forma algebrica le soluzioni nel campo complesso di

$$(2z + 1)^3 = (\sqrt{3} + i)^3.$$

**Soluzione:**

---

3] (5 pt.) Siano,  $a, b \in \mathbb{R}$  e si consideri

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x \cos x}{\log(1 - 2x)} & \text{se } x > 0 \\ a \cos x + b \sin x & \text{se } x \leq 0 \end{cases}.$$

Per quali valori dei parametri  $f$  è continua? E per quali è derivabile?

**Soluzione:**

---

4] (4 pt.) Determinare il più ampio intervallo che contiene  $x_0 = 3$  dove la seguente funzione è invertibile.

$$f(x) = \begin{cases} x^2(x - 4)^2 & \text{se } x \leq 4 \\ x - 8 & \text{se } x > 4 \end{cases}.$$

**Soluzione:**

---

5] (4 pt.) Data la successione

$$x_n = \frac{2 - 7 \sin \frac{n\pi}{2}}{n^{(-1)^n} + 3}.$$

Allora,  $\limsup_{n \rightarrow +\infty} x_n = \dots\dots\dots$ ,  $\liminf_{n \rightarrow +\infty} x_n = \dots\dots\dots$ ,

La classe limite della successione è:  $\dots\dots\dots$ .

6] (4 pt.) Si considerino i seguenti insiemi

$$A = (1, 2] \cap \mathbb{Q} \quad , \quad B = \left\{ \frac{1}{n} - 4 : n \in \mathbb{N} \right\} \quad , \quad C = [-2, 0) \cup A \cup B.$$

Determinare:

$$\overset{\circ}{C} = \dots\dots\dots$$

$$\partial C = \dots\dots\dots$$

$$C' = \dots\dots\dots$$

---

7] (6 pt.) Calcolare il seguente limite.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\cos(\sin x) + e^{x^4} + \frac{1}{2} \operatorname{Sh}(x^2) - 2}{x^2(1 - \cos x)}.$$

**Scrivere uno svolgimento completo.**