Cognome............................ Nome........................ Matricola..................

C.l. in Fisica, **ANALISI MATEMATICA 1** (prova scritta)

20 febbraio 2014 proff. M. Salvatori, L. Vesely durata: **90 minuti** versione A

1] (4 pt.) Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge, specificando se si tratta di convergenza semplice o assoluta.

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{3x-2}{x-6}\right)^n \frac{1}{\sqrt[4]{n}}.$$

Soluzione:

2] (3 pt.) Sia

$$z = \frac{1}{1+i} - \frac{1}{i}\,.$$

Trovare il minimo intero $n \geq 1$ tale che z^n sia reale negativo.
Soluzione:

3] (4 pt.) Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico della funzione

$$f(x) = \log\left|1 - e^{1/x}\right|$$

nel punto di ascissa $x_0 = \frac{1}{\log 4}$.
Soluzione:

4] (5 pt.) Determinare le equazioni di tutti gli asintoti al grafico di

$$f(x) = \frac{x^2+3x-1}{x+2} + xe^{\frac{x+2}{x-1}}.$$

Soluzione:

5] (4 pt.) Data la successione

$$x_n = (-1)^n \frac{n}{n+3} + 5\sin\frac{\pi n}{2}\,.$$

Allora la classe limite della successione è: ....

6] (4 pt.) Si considerino i seguenti insiemi

$$A = \Big\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 \quad : \quad |x| < 1 \ , \ |y| < 2 \ , \ x \in \mathbb{Q} \Big\} \quad , \quad B = \left\{ \left(4 - \frac{1}{n} \, , \, \frac{1}{n} - 4 \right) \quad : \quad n \in \mathbb{N} \right\}$$

e sia $C = A \cup B$. Determinare:

$\overset{\circ}{C}=$ ....

$\overline{C} =$ ....

$C' =$ ....

7] (6 pt.) Al variare di $a \in \mathbb{R}$, calcolare il seguente limite.

$$\lim_{x \to 0^+} x^a \left[\sqrt{1 + \sin^2 x} - 1 - \frac{1}{2} \log(1 + x^2) \right] .$$

Scrivere uno svolgimento completo.

Cognome............................ Nome....................... Matricola..................

C.l. in Fisica, **ANALISI MATEMATICA 1** (prova scritta)

20 febbraio 2014 proff. M. Salvatori, L. Vesely durata: **90 minuti** versione B

1] (4 pt.) Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge, specificando se si tratta di convergenza semplice o assoluta.

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{2x-3}{x-6} \right)^n \frac{1}{\sqrt[5]{n}}.$$

Soluzione:

2] (3 pt.) Sia

$$z = \frac{1}{i} + \frac{1}{1-i}\,.$$

Trovare il minimo intero $n \geq 1$ tale che z^n sia reale negativo.

Soluzione:

3] (4 pt.) Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico della funzione

$$f(x) = \log \left| 1 - e^{1/x} \right|$$

nel punto di ascissa $x_0 = \frac{1}{\log 3}$.

Soluzione:

4] (5 pt.) Determinare le equazioni di tutti gli asintoti al grafico di

$$f(x) = \frac{x^2+5x-1}{x-2} + xe^{\frac{x+2}{x+1}}.$$

Soluzione:

5] (4 pt.) Data la successione

$$x_n = (-1)^n \frac{n}{n+5} + 3 \sin \frac{\pi n}{2}\,.$$

Allora la classe limite della successione è: ....

6] (4 pt.) Si considerino i seguenti insiemi

$$A = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \quad : \quad |x| < 2\ ,\ |y| < 1\ ,\ y \in \mathbb{Q} \right\} \quad , \quad B = \left\{ \left(\frac{1}{n} - 3\,, 3 - \frac{1}{n} \right) \quad : \quad n \in \mathbb{N} \right\}$$

e sia $C = A \cup B$. Determinare:

$\overset{\circ}{C}$= ....

$\overline{C}$ = ...

C' = ...

7] (6 pt.) Al variare di $a \in \mathbb{R}$, calcolare il seguente limite.

$$\lim_{x \to 0^+} x^a \left[\sqrt{1 + \mathrm{Sh}^2 x} - 1 - \frac{1}{4} \log\left(1 + 2x^2\right) \right] .$$

Scrivere uno svolgimento completo.