

Cognome..... Nome..... Matricola.....

C.I. in Fisica, **ANALISI MATEMATICA 1** (prova scritta)
11 luglio 2014 proff. M. Salvatori, L. Vesely durata: **90 minuti**

1] (4 pt.) Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge, distinguendo tra convergenza semplice e assoluta.

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{e^{-n(n^2+2x)}}{\sqrt{n}}.$$

Soluzione:

2] (4 pt.) Sia $A = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}(z^6 + 2) = 0, \operatorname{Im}(z^6 + 2) = 2\}$.

Quale è la cardinalità di A ?

Quale è il modulo degli elementi di A ?

Quanti punti di A sono nel primo quadrante?

3] (4 pt.) Determinare tutti gli asintoti della funzione

$$f(x) = x(\arctan(e^x) + 2^{1/x}).$$

Soluzione:

4] (4 pt.) Al variare di $n \in \mathbb{N}$, sia

$$a_n = n \sin^2\left(\frac{n\pi}{4}\right) + \arctan((-1)^{n^2-1}n).$$

Determinare la classe limite di $\{a_n\}$.

Soluzione:

5] (4 pt.) Sia

$$f(t) = \frac{\sqrt[3]{1+t}}{\log(1+e^{-t})}.$$

Detta f^{-1} la funzione inversa, calcolare $(f^{-1})'(\frac{1}{\log 2})$.

Soluzione:

6] (4 pt.) Si considerino i seguenti sottoinsiemi di \mathbb{R}

$$A = [1, 2] \setminus \mathbb{Q} \quad , \quad B = \bigcap_{n=1}^{+\infty} \left[3 - \frac{1}{n}, 4\right) \quad , \quad C = \left\{(-1)^n \frac{1}{n^2} : n \in \mathbb{N}\right\}$$

e sia $E = A \cup B \cup C$. Determinare:

$$\overset{\circ}{E} = \dots\dots\dots$$

$$\overline{E} = \dots\dots\dots$$

$$\partial E = \dots\dots\dots$$

7] (6 pt.) Calcolare, se esiste, il seguente limite.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3-x^2} - \sqrt{3+x^2}}{\log(1+x^2 + \frac{1}{4}x^4) - \sin^2 x}.$$

Scrivere uno svolgimento completo.