Cognome.............................. **Nome........................** **Matricola...................**

C.l. in Fisica, **ANALISI MATEMATICA 1** (prova scritta)

28 gennaio 2015 proff. M.Salvatori, L. Vesely durata: **90 minuti** versione A

1] (4 pt.) Sia $A = \{x \in \mathbb{R} \;:\; \lfloor f(x) \rfloor = 3\}$ dove

$$f(x) = \sqrt{|x-1|} + 1$$

e $\lfloor t \rfloor$ denota la parte intera di t. Scrivere A come intervallo o unione di intervalli.
Soluzione:

2] (4 pt.) Stabilire per quali valori del parametro reale a, la seguente serie è convergente.

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\arctan(n^a)}{1+n^{a/3}}.$$

Soluzione:

3] (4 pt.) Determinare l'equazione della retta tangente nel punto di ascissa $x_0 = e$ al grafico della funzione $f(x) = (3 - \log x)^x$.
Soluzione:

4] (4 pt.) Per ogni $n \in \mathbb{N}$ sia

$$x_n = n^{3/2}\Big(1 - \cos\frac{1}{\sqrt{n}}\Big)\Big(a - \sin(\frac{n\pi}{2})\Big) .$$

Stabilire per quali $a \in \mathbb{R}$, la successione $\{x_n\}$ ammette limite (finito o infinito).

Soluzione:

5] (4 pt.) Data la funzione

$$f(x) = \frac{3}{x+1} + |x-2|$$

determinare la cardinalità dell'insieme $f^{-1}(y)$ per ogni $y \in \mathbb{R}$.

6] (4 pt.) Se $n \in \mathbb{N}$, siano

$$A_n = \left\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ x + y \geq \frac{1}{n} \right\} \cup \left\{ \left(0, -3^{1/n}\right) \right\}, \quad B = \bigcup_{n=1}^{+\infty} A_n \, .$$

Determinare:

$\overset{\circ}{B}$= ....

$\overline{B}$ = ...

B' = ...

7] (6 pt.) Calcolare il seguente limite.

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{e^{\sin^2 x} - \dfrac{1}{\sqrt{1-2x^2}}}{(x^3 + 4x^4)\log(1+7x)} \, .$$

Scrivere uno svolgimento completo.

Cognome............................ Nome....................... Matricola..................

C.l. in Fisica, **ANALISI MATEMATICA 1** (prova scritta)

28 gennaio 2015 proff. M.Salvatori, L. Vesely durata: **90 minuti** versione B

1] (4 pt.) Sia $A = \{x \in \mathbb{R} \ : \ \lfloor f(x) \rfloor = 4\}$ dove

$$f(x) = \sqrt{|x-2|} + 2$$

e $\lfloor t \rfloor$ denota la parte intera di t. Scrivere A come intervallo o unione di intervalli.
Soluzione:

2] (4 pt.) Stabilire per quali valori del parametro <u>reale</u> a, la seguente serie è convergente.

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\arctan(n^{a/3})}{1+n^a}.$$

Soluzione:

3] (4 pt.) Determinare l'equazione della retta tangente nel punto di ascissa $x_0 = e$ al grafico della funzione $f(x) = (2 + \log x)^x$.
Soluzione:

4] (4 pt.) Per ogni $n \in \mathbb{N}$ sia

$$x_n = n^{4/3}\Big(\cos\frac{1}{\sqrt{n}} - 1\Big)\Big(1 - a\sin(\frac{n\pi}{2})\Big) .$$

Stabilire per quali $a \in \mathbb{R}$, la successione $\{x_n\}$ ammette limite (finito o infinito).

Soluzione:

5] (4 pt.) Data la funzione

$$f(x) = \frac{3}{x-2} - |x+1|$$

determinare la cardinalità dell'insieme $f^{-1}(y)$ per ogni $y \in \mathbb{R}$.

6] (4 pt.) Se $n \in \mathbb{N}$, siano

$$A_n = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ y - x \geq \frac{1}{n} \right\} \cup \left\{ \left(3^{1/n}, 0 \right) \right\}, \quad B = \bigcup_{n=1}^{+\infty} A_n \, .$$

Determinare:

$\mathring{B}$= ....

$\overline{B}$ = ...

B' = ...

7] (6 pt.) Calcolare il seguente limite.

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{e^{\sin^2 x} - \sqrt[4]{1 + 4x^2}}{(x^2 + 4x^4) \log(1 + 3x^2)} \, .$$

Scrivere uno svolgimento completo.

Cognome............................ Nome....................... Matricola..................

C.l. in Fisica, **ANALISI MATEMATICA 1** (prova scritta)

28 gennaio 2015 proff. M.Salvatori, L. Vesely durata: **90 minuti** versione C

1] (4 pt.) Sia $A = \{x \in \mathbb{R} \ : \ \lfloor f(x) \rfloor = 3\}$ dove

$$f(x) = \sqrt{|x+1|} + 1$$

e $\lfloor t \rfloor$ denota la parte intera di t. Scrivere A come intervallo o unione di intervalli.
Soluzione:

2] (4 pt.) Stabilire per quali valori del parametro <u>reale</u> a, la seguente serie è convergente.

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\arctan(n^a)}{1+n^{a/4}}.$$

Soluzione:

3] (4 pt.) Determinare l'equazione della retta tangente nel punto di ascissa $x_0 = e$ al grafico della funzione $f(x) = (3 + \log x)^x$.
Soluzione:

4] (4 pt.) Per ogni $n \in \mathbb{N}$ sia

$$x_n = n^{3/2}\Big(1 - e^{1/n}\Big)\Big(a + \cos(\frac{n\pi}{2})\Big).$$

Stabilire per quali $a \in \mathbb{R}$, la successione $\{x_n\}$ ammette limite (finito o infinito).

Soluzione:

5] (4 pt.) Data la funzione

$$f(x) = \frac{3}{x+2} + |x-1|$$

determinare la cardinalità dell'insieme $f^{-1}(y)$ per ogni $y \in \mathbb{R}$.

6] (4 pt.) Se $n \in \mathbb{N}$, siano

$$A_n = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ x + y \leq -\frac{1}{n}\right\} \cup \left\{\left(0, 2^{1/n}\right)\right\}, \quad B = \bigcup_{n=1}^{+\infty} A_n \,.$$

Determinare:

$\mathring{B}=$ ....

$\overline{B} =$ ....

$B' =$ ....

7] (6 pt.) Calcolare il seguente limite.

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{e^{\sin^2 x} - \dfrac{1}{\sqrt[4]{1-4x^2}}}{(x+5x^5)\log(1+3x^3)} \,.$$

Scrivere uno svolgimento completo.

Cognome............................ Nome....................... Matricola..................

C.l. in Fisica, **ANALISI MATEMATICA 1** (prova scritta)

28 gennaio 2015 proff. M.Salvatori, L. Vesely durata: **90 minuti** versione D

1] (4 pt.) Sia $A = \{x \in \mathbb{R} \ : \ \lfloor f(x) \rfloor = 4\}$ dove

$$f(x) = \sqrt{|x+2|} + 2$$

e $\lfloor t \rfloor$ denota la parte intera di t. Scrivere A come intervallo o unione di intervalli.
Soluzione:

2] (4 pt.) Stabilire per quali valori del parametro <u>reale</u> a, la seguente serie è convergente.

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\arctan(n^{a/4})}{1+n^a}.$$

Soluzione:

3] (4 pt.) Determinare l'equazione della retta tangente nel punto di ascissa $x_0 = e$ al grafico della funzione $f(x) = (4 - \log x)^x$.
Soluzione:

4] (4 pt.) Per ogni $n \in \mathbb{N}$ sia

$$x_n = n^{4/3}\Big(e^{1/n} - 1\Big)\Big(1 + a\cos(\frac{n\pi}{2})\Big) .$$

Stabilire per quali $a \in \mathbb{R}$, la successione $\{x_n\}$ ammette limite (finito o infinito).

Soluzione:

5] (4 pt.) Data la funzione

$$f(x) = \frac{3}{x-1} - |x+2|$$

determinare la cardinalità dell'insieme $f^{-1}(y)$ per ogni $y \in \mathbb{R}$.

6] (4 pt.) Se $n \in \mathbb{N}$, siano

$$A_n = \Big\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ y - x \le -\frac{1}{n}\Big\} \cup \Big\{\big(-2^{1/n}, 0\big)\Big\}, \quad B = \bigcup_{n=1}^{+\infty} A_n \,.$$

Determinare:

$\mathring{B}=$ ....

$\overline{B} =$ ....

$B' =$ ....

7] (6 pt.) Calcolare il seguente limite.

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{e^{\sin^2 x} - \sqrt[5]{1+5x^2}}{(x^3+4x^4)\log(1+3x)} \,.$$

Scrivere uno svolgimento completo.