C.l. in Matematica **ANALISI MATEMATICA 2** (Corso da 9 cfu)
19/6/2014 prof. M.Salvatori durata: **120 minuti**

1] (3 punti) Determinare le primitive di

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{3x-2}} \qquad \text{in } (2/3, +\infty)\,.$$

Soluzione:

2] (3 punti) Al variare del parametro reale a, determinare la natura del punto stazionario $(0,0)$ della funzione

$$f(x,y) = \log\left(1 + (x+y)^2\right) - axy\,.$$

Soluzione:

3] (6 punti) Determinare per quali valori del parametro reale a il seguente integrale è convergente.

$$\int_{-1}^{0} \frac{\log(1+x)}{(1+x)^{a/3}\,|x-a|}\,dx \quad .$$

Scrivere uno svolgimento completo.

4] (3 punti) Esprimere in coordinate polari il seguente integrale

$$\int_0^1 dy \int_{-2\sqrt{1-y^2}}^{-\sqrt{1-y^2}} f(x^2+y^2)dx\,.$$

Soluzione:

5] (6 punti) Sia

$$f\,(x,y) = x^2 y\sqrt{3+2x+y}.$$

a) Determinare eventuali punti estremanti di f e studiarne la natura.

b) Sia $\underline{g}= \underline{g}\,(t)$ di classe $\mathcal{C}^1$ e detta $\underline{h}= \underline{g}\circ f$ calcolare la matrice Jacobiana di $\underline{h}$ in $(1,1)$ sapendo che

$$\underline{g}'\left(\sqrt{6}\right) = (3,-1)^T\,.$$

Scrivere uno svolgimento completo.

6] (3 punti) Sia
$$f(x) = \arctan(5x) + \frac{\pi}{4}e^{x-\frac{1}{5}}.$$
Dimostrare che f è invertibile in tutto $\mathbb{R}$ e calcolare la derivata dell'inversa in $\pi/2$.
Breve traccia di soluzione.

7] (6 punti) Al variare del parametro reale a calcolare, se esiste,
$$\lim_{x\to 0} \frac{\log(1 - x + ax^2) + e^{x+x^2} - 1}{\sqrt{2^{x^2} - x^2} - 1}.$$

Scrivere uno svolgimento completo.