

Cognome..... Nome..... Matricola.....

C.I. in Matematica **ANALISI MATEMATICA 2** (Corso da 6 cfu)
14/7/2014 prof. M.Salvatori durata: **90 minuti**

1] (4 punti) Calcolare $F(2)$ dove,

$$f(x) = \begin{cases} \sin t & \text{se } t \in [0, \pi) \\ t & \text{se } t \in [\pi, 2\pi] \end{cases} \quad \text{e} \quad F(x) = \int_0^{x^2} f(t) dt.$$

Soluzione:

2] (5 punti) Al variare del parametro reale a , determinare la natura del punto stazionario $(1, 0)$ della funzione

$$f(x, y) = x^2 - 2x + ay^2 - xy^2$$

Soluzione:

3] (7 punti) Della funzione

$$F(x) = \int_0^x \frac{(\arctan t) \log |t - 3|}{t^2 - 4} dt$$

determinare l'insieme di definizione, i limiti alla frontiera ed eventuali asintoti, studiare la derivabilità, determinare gli intervalli di monotonia ed eventuali estremanti. Tracciarne un grafico qualitativo.

Scrivere uno svolgimento completo.

4] (6 punti) Invertire l'ordine di integrazione del seguente integrale

$$\int_{-2}^0 dy \int_0^{\sqrt{4-y^2}} f(x, y) dx + \int_0^{\sqrt{3}} dy \int_{2-\sqrt{4-y^2}}^{\sqrt{4-y^2}} f(x, y) dx .$$

Soluzione:

5] (6+2 punti) Sia

$$f(x, y) = x(y + 1)|3 + 2x - y|.$$

a) Determinare eventuali punti estremanti di f e studiarne la natura.

b) Sia \underline{F} di classe \mathcal{C}^1 e sia $G = f \circ \underline{F}$. Calcolare $\frac{\partial G}{\partial x}(1, 1)$ sapendo che

$$\underline{F}(1, 1) = (1, 0)^T, \quad J\underline{F}(1, 1) = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} .$$

Scrivere uno svolgimento completo.

Cognome..... Nome..... Matricola.....

C.I. in Matematica **ANALISI MATEMATICA 2** (Corso da 9 cfu)
14/7/2014 prof. M.Salvatori durata: **90 minuti**

1] (3 punti) Calcolare $F(2)$ dove,

$$f(x) = \begin{cases} \sin t & \text{se } t \in [0, \pi) \\ t & \text{se } t \in [\pi, 2\pi] \end{cases} \quad \text{e} \quad F(x) = \int_0^{x^2} f(t) dt.$$

Soluzione:

2] (3 punti) Al variare del parametro reale a , determinare la natura del punto stazionario $(1, 0)$ della funzione

$$f(x, y) = x^2 - 2x + ay^2 - xy^2$$

Soluzione:

3] (6 punti) Della funzione

$$F(x) = \int_0^x \frac{(\arctan t) \log |t - 3|}{t^2 - 4} dt$$

determinare l'insieme di definizione, i limiti alla frontiera ed eventuali asintoti, studiare la derivabilità, determinare gli intervalli di monotonia ed eventuali estremanti. Tracciarne un grafico qualitativo.

Scrivere uno svolgimento completo.

4] (3 punti) Invertire l'ordine di integrazione del seguente integrale

$$\int_{-2}^0 dy \int_0^{\sqrt{4-y^2}} f(x, y) dx + \int_0^{\sqrt{3}} dy \int_{2-\sqrt{4-y^2}}^{\sqrt{4-y^2}} f(x, y) dx .$$

Soluzione:

5] (6 punti) Sia

$$f(x, y) = x(y + 1)|3 + 2x - y|.$$

- a) Determinare eventuali punti estremanti di f e studiarne la natura.
b) Sia \underline{F} di classe \mathcal{C}^1 e sia $G = f \circ \underline{F}$. Calcolare $\frac{\partial G}{\partial x}(1, 1)$ sapendo che

$$\underline{F}(1, 1) = (1, 0)^T, \quad J\underline{F}(1, 1) = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} .$$

Scrivere uno svolgimento completo.

6] (3 pt.) Determinare tutti gli asintoti della funzione

$$f(x) = x(\arctan(e^x) + 2^{1/x}).$$

Soluzione:

7] (6 pt.) Calcolare, se esiste, il seguente limite.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3-x^2} - \sqrt{3+x^2}}{\log(1+x^2 + \frac{1}{4}x^4) - \sin^2 x}.$$

Scrivere uno svolgimento completo.