

Cognome..... Nome..... Matricola.....

C.I. in Matematica **ANALISI MATEMATICA 2** (Corso da 6 cfu)
12/9/2014 prof. M.Salvatori durata: **90 minuti**

1] (4 punti) Calcolare $F'(1/2)$ dove,

$$F(x) = \int_{x-1/2}^{1/x} e^{t^2} \sqrt[3]{3t-1} dt.$$

Soluzione:

2] (3 punti) Sia $f = f(u, v)$ di classe $\mathcal{C}^2(\mathbb{R}^2)$ e sia

$$g(x, y) = f\left(\log(x^2 + y^2); \frac{3y}{x}\right).$$

Calcolare $\nabla g(1, 0)$ sapendo che $\nabla f(0, 0) = (\pi, 5)$.

Soluzione:

3] (7 punti) Sia $a \in \mathbb{R}$; stabilire per quali di a il seguente integrale esiste finito.

$$\int_0^1 \frac{(\sqrt[3]{1+x^a} - 1)|ex - 1|^{2-a}}{1 + \log^3 x} dx.$$

Scrivere uno svolgimento completo.

4] (6 punti) Calcolare il volume di

$$E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 6 \quad ; \quad x^2 + y^2 \geq 5|z| \}.$$

Scrivere una BREVE traccia della soluzione:

5] (4 punti) Sia

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2(e^y-1)}{x^4+y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}.$$

Per quali vettori $\underline{v} = (v_1, v_2)$ esiste la derivata direzionale $D_{\underline{v}}f(0, 0)$ e quanto vale? f è differenziabile in $(0, 0)$? Perché?

Soluzione:

6] (6 punti) Sia

$$f(x, y) = (x^2 + y^2 - 15)|2x - y|.$$

Determinare eventuali punti estremanti di f e studiarne la natura.

Scrivere uno svolgimento completo.

Cognome..... Nome..... Matricola.....

C.I. in Matematica **ANALISI MATEMATICA 2** (Corso da 9 cfu)
12/9/2014 prof. M.Salvatori durata: **120 minuti**

1] (3 punti) Calcolare $F'(1/2)$ dove,

$$F(x) = \int_{x-1/2}^{1/x} e^{t^2} \sqrt[3]{3t-1} dt.$$

Soluzione:

2] (3 punti) Sia $f = f(u, v)$ di classe $\mathcal{C}^2(\mathbb{R}^2)$ e sia

$$g(x, y) = f\left(\log(x^2 + y^2); \frac{3y}{x}\right).$$

Calcolare $\nabla g(1, 0)$ sapendo che $\nabla f(0, 0) = (\pi, 5)$.

Soluzione:

3] (5 punti) Sia $a \in \mathbb{R}$; stabilire per quali di a il seguente integrale esiste finito.

$$\int_0^1 \frac{(\sqrt[3]{1+x^a} - 1)|ex - 1|^{2-a}}{1 + \log^3 x} dx.$$

Scrivere uno svolgimento completo.

4] (5 punti) Calcolare il volume di

$$E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 6 \quad ; \quad x^2 + y^2 \geq 5|z| \}.$$

Scrivere una BREVE traccia della soluzione:

5] (4 punti) Sia

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2(e^y-1)}{x^4+y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}.$$

Per quali vettori $\underline{v} = (v_1, v_2)$ esiste la derivata direzionale $D_{\underline{v}}f(0, 0)$ e quanto vale? f è differenziabile in $(0, 0)$? Perché?

Soluzione:

6] (4 punti) Sia

$$f(x, y) = (x^2 + y^2 - 15)|2x - y|.$$

Determinare eventuali punti estremanti di f e studiarne la natura.

Scrivere uno svolgimento completo.

7] (3 punti) Siano

$$f(x) = (x + 1)e^{x+2} \quad \text{e} \quad A = f(\mathbb{R}).$$

Allora

$\sup A = \dots\dots$; $\inf A = \dots\dots$; Esiste $\max A$? $\dots\dots$; Esiste $\min A$? $\dots\dots$.

8] (5 punti) Calcolare, al variare del parametro reale β , il seguente limite.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^x + \log(1 - x) - 1}{\beta x^3 - 4x^\beta}.$$

Scrivere uno svolgimento completo.