

Cognome..... Nome..... Matricola.....

C.I. in Matematica      **ANALISI MATEMATICA 2**      (Corso da 6 cfu)  
16/2/2015      prof. M.Salvatori      durata: **90 minuti**

1] (5 punti) Stabilire per quali valori di  $a \in \mathbb{R}$  la successione  $\{b_n\}$  è limitata, dove

$$b_n = n^a \int_{n^2}^{\sqrt{n^4+1}} \frac{4 + \sin t}{1 + t^3} dt.$$

**Scrivere una BREVE traccia della soluzione:**

---

2] (4 punti) Studiare la natura del punto stazionario  $(1, 0)$  della funzione

$$f(x, y) = e^{\alpha(x-1)^2+y^2} - 2xy^2.$$

**Soluzione:**

---

3] (6 punti) Determinare per quali valori del parametro  $a \in \mathbb{R}$  il seguente integrale è convergente.

$$\int_{2-a^2}^2 \frac{e^t}{(2a-t)\sqrt[3]{t}} dt.$$

**Scrivere uno svolgimento completo.**

4] (2+4 punti) Data la funzione

$$f(x, y) = \exp(3 - x^2 - 2y^2).$$

a) Scrivere nella forma  $z = \phi(x, y)$  l'equazione del piano tangente al grafico di  $f$  nel punto  $(-1, 1, 1)$ .

b) Calcolare il volume della regione

$$E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \leq 0, y \geq 0, 0 \leq z \leq \phi(x, y)\}.$$

**Scrivere una BREVE traccia della soluzione:**

---

5] (5 punti) Calcolare

$$\int_A \frac{x}{x^2 + y^2} dx dy$$

dove

$$A = \{(x, y) : x^2 + y^2 \geq 4, x \leq 2, 0 \leq y \leq x\}.$$

**Scrivere uno svolgimento completo.**

---

6] (4 punti) Per ogni  $(x, y) \neq (0, 0)$ , sia

$$f(x, y) = \frac{\arctan(xy)}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

Prolungata  $f$  in modo continuo nell'origine, scriverne il gradiente in  $(0, 0)$  e studiarne la differenziabilità.

**Scrivere una BREVE traccia della soluzione:**

Cognome..... Nome..... Matricola.....

C.I. in Matematica      **ANALISI MATEMATICA 2**      (Corso da 9 cfu)  
16/2/2015      prof. M.Salvatori      durata: **120 minuti**

1] (4 punti) Stabilire per quali valori di  $a \in \mathbb{R}$  la successione  $\{b_n\}$  è limitata, dove

$$b_n = n^a \int_{n^2}^{\sqrt{n^4+1}} \frac{4 + \sin t}{1 + t^3} dt.$$

**Scrivere una BREVE traccia della soluzione:**

---

2] (3 punti) Studiare la natura del punto stazionario  $(1, 0)$  della funzione

$$f(x, y) = e^{\alpha(x-1)^2+y^2} - 2xy^2.$$

**Soluzione:**

---

3] (5 punti) Determinare per quali valori del parametro  $a \in \mathbb{R}$  il seguente integrale è convergente.

$$\int_{2-a^2}^2 \frac{e^t}{(2a-t)\sqrt[3]{t}} dt.$$

**Scrivere uno svolgimento completo.**

4] (2+4 punti) Data la funzione

$$f(x, y) = \exp(3 - x^2 - 2y^2).$$

a) Scrivere nella forma  $z = \phi(x, y)$  l'equazione del piano tangente al grafico di  $f$  nel punto  $(-1, 1, 1)$ .

b) Calcolare il volume della regione

$$E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \leq 0, y \geq 0, 0 \leq z \leq \phi(x, y)\}.$$

**Scrivere una BREVE traccia della soluzione:**

---

5] (4 punti) Calcolare

$$\int_A \frac{x}{x^2 + y^2} dx dy$$

dove

$$A = \{(x, y) : x^2 + y^2 \geq 4, x \leq 2, 0 \leq y \leq x\}.$$

**Scrivere uno svolgimento completo.**

6] (3 pt.) Sia  $A = f((0, 3))$  dove

$$f(x) = (x - 3)^2 \log(3 - x). \quad \text{Allora}$$

$\sup A = \dots\dots$  ;  $\inf A = \dots\dots$  ; Esiste  $\max A$ ?  $\dots\dots$  ; Esiste  $\min A$ ?  $\dots\dots$

---

7] (5 pt.) Al variare di  $a \in \mathbb{R}$ , calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2(x^3) + \cos(3x^3) - 1}{e^{3x^6 - 2x^4} + \log(1 + x^2 + ax^4) - 1 - x^2}.$$

**Scrivere uno svolgimento completo.**