

Cognome..... Nome..... Matricola.....

C.I. in Matematica      **ANALISI MATEMATICA 2**      (Corso da 6 cfu)  
20/1/2015      prof. M.Salvatori      durata: **90 minuti**

1] (3 punti) Calcolare il seguente integrale definito.

$$\int_0^{\pi/3} e^{\tan x} \frac{\sin x}{\cos^3 x} dx.$$

**Soluzione:**

---

2] (3 punti) Siano  $f, g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  di classe  $\mathcal{C}^1$  e sia

$$\varphi(x, y) = f(x, g(x, y)).$$

Calcolare l'equazione del piano tangente al grafico di  $\varphi$  in  $(0, 0, \varphi(0, 0))$  sapendo che

$$f(0, 2) = -1 \quad , \quad \nabla f(0, 2) = (-7, 3) \quad , \quad g(0, 0) = 2 \quad \text{e} \quad \nabla g(0, 0) = (3, 1).$$

**Soluzione:**

---

3] (7 punti) Determinare per quali valori del parametro  $a \in \mathbb{R}$  l'insieme di definizione della funzione

$$F(x) = \int_2^x \frac{e^{-at} - e}{(t+a) \arctan(|t|^{a/2})} dt.$$

contiene l'intervallo  $[0, +\infty)$ .

**Scrivere uno svolgimento completo.**

4] (5 punti) Calcolare  $\int_E x^2|y| dx dy$  dove

$$E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1 \ ; \ |x| + |y| \geq 1 \}.$$

**Scrivere una BREVE traccia della soluzione:**

---

5] (5 punti) Invertire l'ordine di integrazione del seguente integrale

$$\int_0^2 dx \int_{1-x^2}^{\sqrt{13-x^2}} f(x, y) dy.$$

**Soluzione:**

---

6] (6 punti) Sia

$$f(x, y) = y(x^2 + 4y^2 - 2|x|).$$

Determinare eventuali punti estremanti di  $f$  e studiarne la natura.

**Scrivere uno svolgimento completo.**

1] (3 punti) Determinare le primitive di

$$f(x) = \frac{\log\left((1 + \sin x)^{\sin x}\right)}{\tan x}$$

in  $(\pi/6, \pi/3)$ . **Soluzione:**

---

2] (3 punti) Siano  $f, g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  di classe  $\mathcal{C}^1$  e sia

$$\varphi(x, y) = f(x, g(x, y)).$$

Calcolare l'equazione del piano tangente al grafico di  $\varphi$  in  $(0, 0, \varphi(0, 0))$  sapendo che

$$f(0, 2) = -1, \quad \nabla f(0, 2) = (-7, 3), \quad g(0, 0) = 2 \quad \text{e} \quad \nabla g(0, 0) = (3, 1).$$

**Soluzione:**

---

3] (5 punti) Determinare tutte le coppie  $(\alpha, \beta)$  tali che il seguente integrale esiste finito.

$$\int_{-\frac{3}{2}}^{+\infty} \frac{x^2 e^{-x} \log(x+2)}{|x-\alpha|^\beta} dx.$$

**Scrivere uno svolgimento completo.**

4] (3 punti) Calcolare  $\int_E x^2|y| dx dy$  dove

$$E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1 \ ; \ |x| + |y| \geq 1 \}.$$

**Scrivere una BREVE traccia della soluzione:**

---

5] (4 punti) Invertire l'ordine di integrazione del seguente integrale

$$\int_0^2 dx \int_{1-x^2}^{\sqrt{13-x^2}} f(x, y) dy.$$

**Soluzione:**

---

6] (4 punti) Sia

$$f(x, y) = y(x^2 + 4y^2 - 2|x|).$$

Determinare eventuali punti estremanti di  $f$  e studiarne la natura.

**Scrivere uno svolgimento completo.**

7] (4 punti) Al variare dei parametri reali  $a$  e  $b$  sia

$$f(x) = \begin{cases} ax + b & \text{se } x \leq 1 \\ \frac{\text{Ch}(2 \log x) - 1}{\sqrt[5]{x} - 1} & \text{se } x > 1. \end{cases}$$

- 1) La funzione è continua in  $\mathbb{R}$  se e solo se:
- 2) La funzione è derivabile in  $\mathbb{R}$  se e solo se:

---

8] (2+4 punti) Sia  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  definita come

$$f(x) = \frac{e^{1 - \cos \sqrt{x}} - 1}{\log(1 + x)}.$$

Calcolare, se esistono:

$$A) \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = L \qquad B) \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - L}{x}$$

**Scrivere uno svolgimento completo.**