

corso di laurea in Matematica (F7X)  
**ANALISI MATEMATICA 2**

28/01/2013

prof. M.Vignati

Durata della prova scritta: **120 minuti**.

Di tutti gli esercizi svolti va motivata la risposta.

1] (9 punti) Sia  $F$  la funzione reale di variabile reale definita da

$$F(x) := \int_{1/2}^x \frac{\log \left[ \frac{1}{2} (5t - 2t^2) \right]}{\left| \frac{5}{2} - t \right|^{9/4}} dt .$$

Determinarne: insieme di definizione, limiti agli estremi, eventuali asintoti, intervalli di monotonia, eventuali estremanti. Tracciarne poi un grafico qualitativo.

---

2] (4 p.ti) Per quali valori del parametro reale  $p$  l'integrale improprio

$$\int_0^{1/\pi} \frac{1}{x^p} \sin(1/x) dx$$

converge?

---

3] (6 p.ti) Sia  $A \subset \mathbb{R}^2$  definito come  $A := ((-\infty, 1] \times (0, +\infty)) \cup ((1, +\infty) \times [0, +\infty))$  e sia  $f : A \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x, y) := x y^{x-1} .$$

i) determinare i punti stazionari di  $f$  interni ad  $A$ , e studiarne la natura;

ii) quali sono gli estremanti assoluti e/o relativi di  $f$  in  $A$ ?

---

4] (5 p.ti) Calcolare  $\int_E f$ , dove  $E = (0, 1) \times (0, \pi)$  e  $f(x, y) = x^2 \sin(xy)$ .

---

5] (6 p.ti) Sia  $A = \{x \in \mathbb{R} : 0 < |x| < 1\}$  e sia  $f : A \rightarrow \mathbb{R}$  definita come

$$f(x) := \frac{1}{\sin x} - \frac{1}{\log(1+x)} .$$

Determinare  $a, b, c \in \mathbb{R}$  tali che

$$f(x) = a + bx + cx^2 + o(x^2) \quad \text{per } x \rightarrow 0 .$$