

corso di laurea in Matematica (F7X)  
**ANALISI MATEMATICA 2**

11/02/2013

prof. M.Vignati

Durata della prova scritta: **120 minuti**.

Di tutti gli esercizi svolti va motivata la risposta.

1] (6 punti) Discutere, al variare del parametro  $a > 0$ , la convergenza di

$$\int_0^{+\infty} \frac{\log x + \frac{1}{2} \log \pi}{|\pi x^2 - 1|^a} dx .$$

---

2] (5 p.ti) Dimostrare, o confutare, la seguente affermazione:

*“Sia  $\varepsilon > 0$ , e sia  $f : (-\varepsilon, 1 + \varepsilon) \rightarrow \mathbb{R}$  derivabile in  $(-\varepsilon, 1 + \varepsilon)$ ;  
se  $f'(0) \cdot f'(1) = -1$ , esiste  $x_0 \in (0, 1)$  tale che  $f'(x_0) = 0$ ”*

---

3] (8 p.ti) Sia  $\Omega = \mathbb{R} \times (0, +\infty) \subset \mathbb{R}^2$ , e sia  $f : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x, y) = 2y^x - x^2y .$$

Individuare i punti stazionari di  $f$  in  $\Omega$ , e determinarne la natura.

---

4] (5 p.ti) Calcolare  $\int_E f$ , dove  $E = \{(x, y) : 0 < \pi x < y < \pi\}$  e  $f(x, y) = x^2 \cos(xy)$ .

---

5] (6 p.ti) Determinare  $A \neq 0$ ,  $B \neq 0$  e  $p > 0$  in modo che

$$\log \left[ 1 + \left( 1 + \sqrt[3]{x} \right)^2 \right] - \sin \sqrt[3]{x} = A + Bx^p + o(x^p)$$

per  $x \rightarrow 0$ .