

Cognome.....Nome.....Matr.....

1. (7 punti) Siano $a \in (0, +\infty)$ e

$$F_a(x) = \int_1^x \frac{\log(t^2 + a^t)}{|t|^{3-a}} dt.$$

- i)* Determinare, al variare del parametro a , il dominio di F_a .
ii) Tracciare un grafico qualitativo di $F_{3/2}$, precisandone dominio, limiti agli estremi del dominio, estremanti e eventuali asintoti.

2. (6 punti) Sia

$$f(x, y) = |x - 2|(y^2 - x^3).$$

Determinarne gli estremanti relativi di f nel suo dominio.

3. (6 punti) Determinare $a, b \in \mathbf{R}$ affinché esista finito il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left[\frac{x^3}{1+x^2} (e^{\frac{x-1}{x^2}} - 1) - a - \frac{b}{x} \right]$$

e calcolarlo.

4. (8 punti) Sia

$$f(x, y) = \begin{cases} |y|^3 \log(x^2 + e^{-1/y^2}), & y \neq 0 \\ 0 & y = 0. \end{cases}$$

i) Stabilire se la funzione f è continua in ogni punto del suo dominio.

ii) Studiare la differenziabilità della funzione f sul suo dominio.

5. (6 punti) Sia $D = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : 2x \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, x \geq 0\}$, calcolare il seguente integrale

$$\int_D x \, dx \, dy \, dz.$$